



Российские САЕ-системы на службе промышленности²⁰²⁰

Расчет собственных частот (специализированный функционал расчетчика)

Сергей Розинский



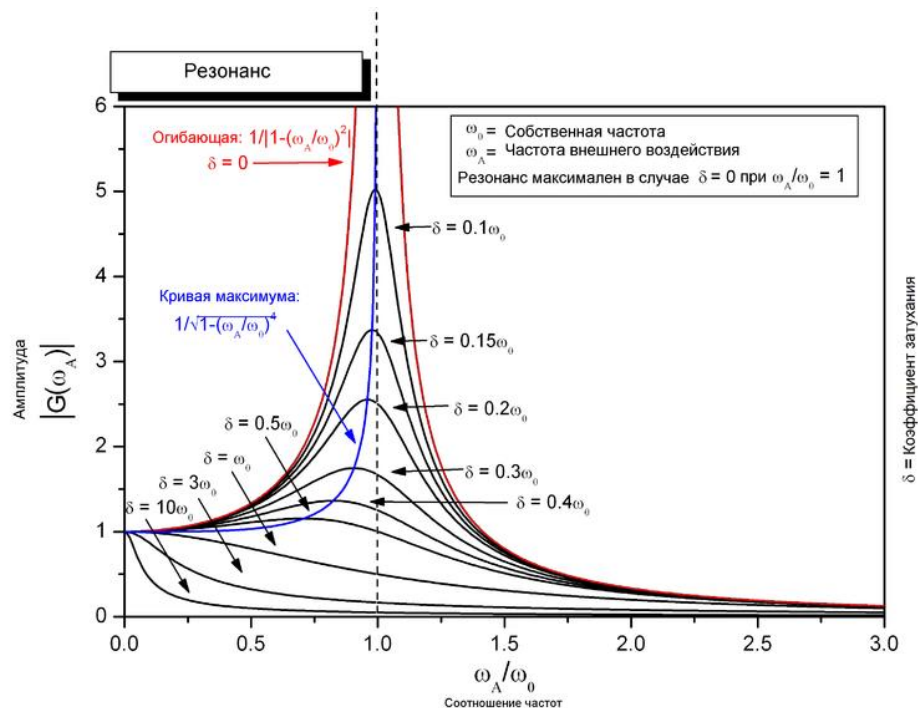
НТЦ «АПМ» - ведущий разработчик ПО для инженерных расчетов



Для чего нужен расчет собственных частот?

Для учета и профилактики резонансных явлений в конструкциях!

Резонанс (фр. *resonance*, от лат. *resono* «откликаюсь») — частотно-избирательный отклик колебательной системы на периодическое внешнее воздействие, который проявляется в резком увеличении амплитуды стационарных колебаний при совпадении частоты внешнего воздействия с определёнными значениями, характерными для данной системы^[1]. Для линейных колебательных систем значения частот резонанса совпадают с частотами собственных колебаний, а их число соответствует числу **степеней свободы**^[1].



Негативные последствия:

- Разрушение строительных сооружений;
- Обрыв проводов;
- Вибрации в трубопроводах;
- Раскачивание вагонов на стыках рельсов;
- Раскачивание груза на подъёмном кране;
- Разрушение мостов...

...бывали случаи, когда корабли входили в резонанс при определённых числах оборотов гребного вала.

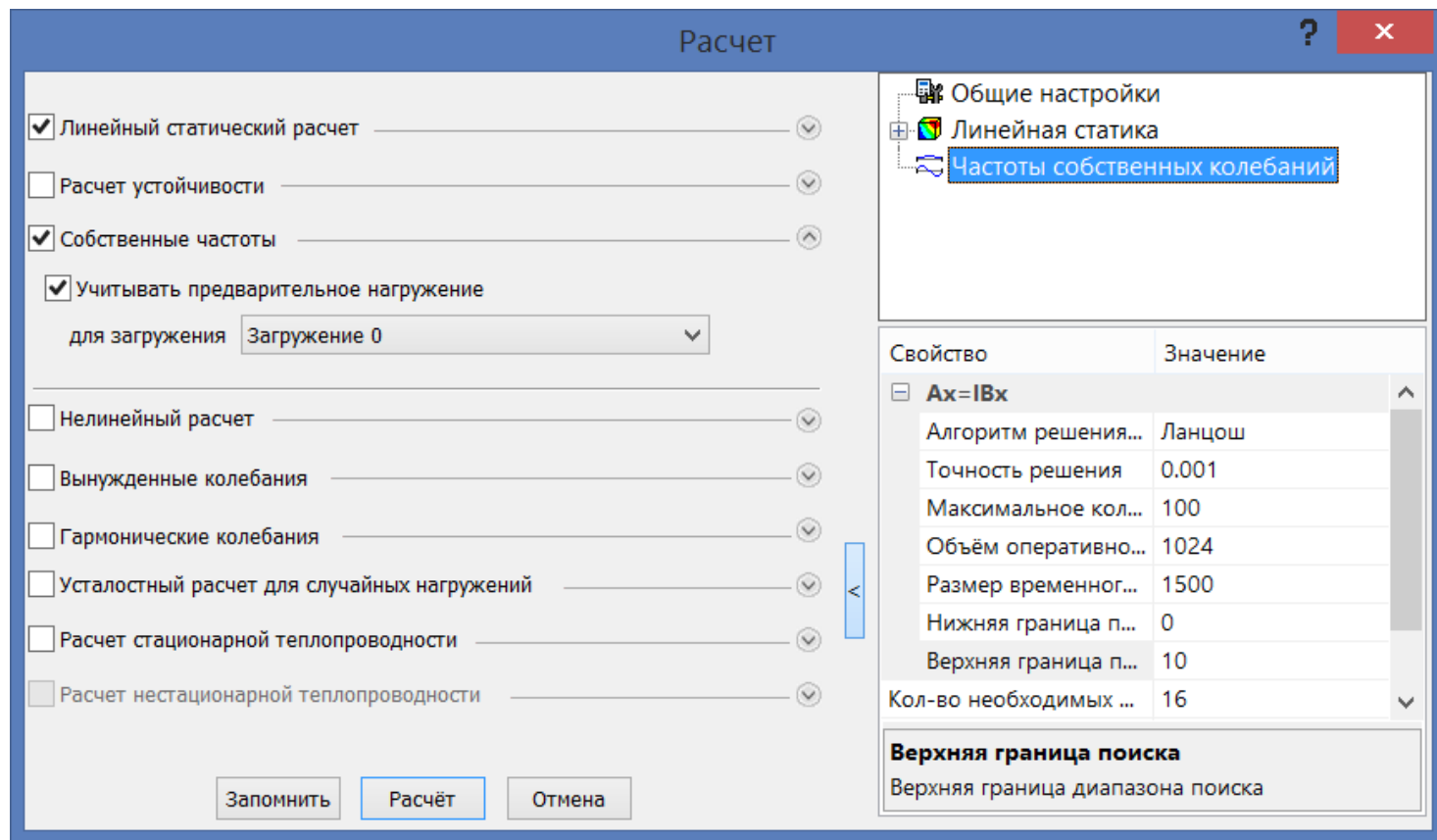
...колебания с частотой 5-7 Гц вызывает чувство страха и паники у человека.



Как посчитать?

Используйте:

- APM FEM для КОМПАС-3D
- APM Studio
- APM Structure3D
- APM Shaft

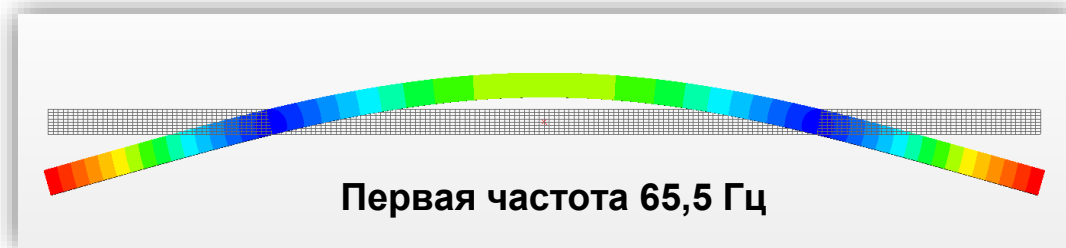


Настройка параметров расчета «Собственных частот»

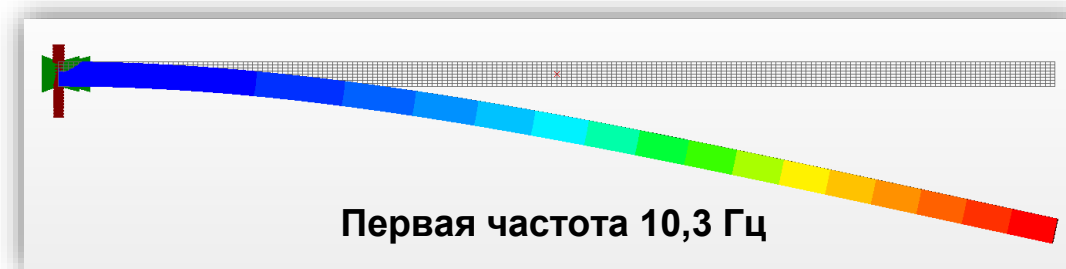


Что влияет на собственные частоты?

- Геометрия модели
- Способ закрепления
- Нагружение модели
- Модуль упругости материала
- Плотность материала



Свободная балка

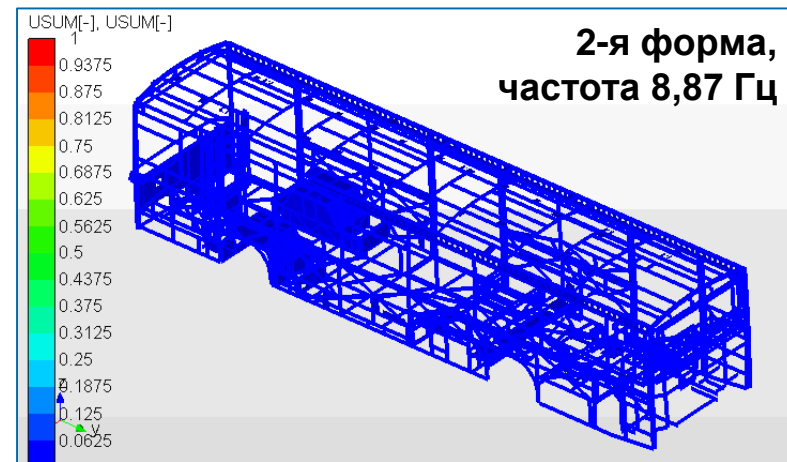
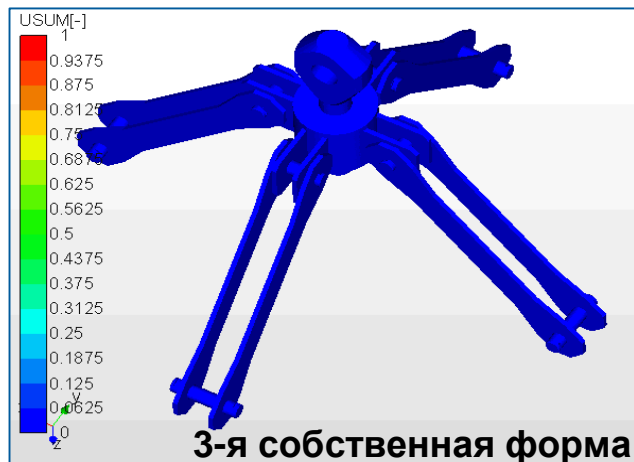
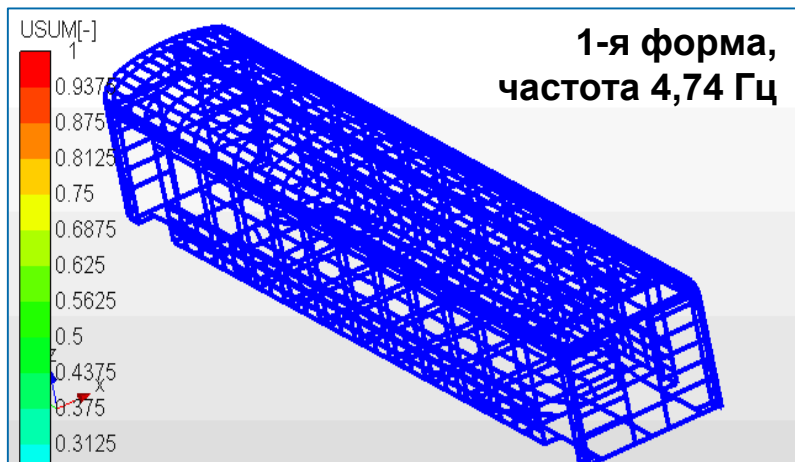
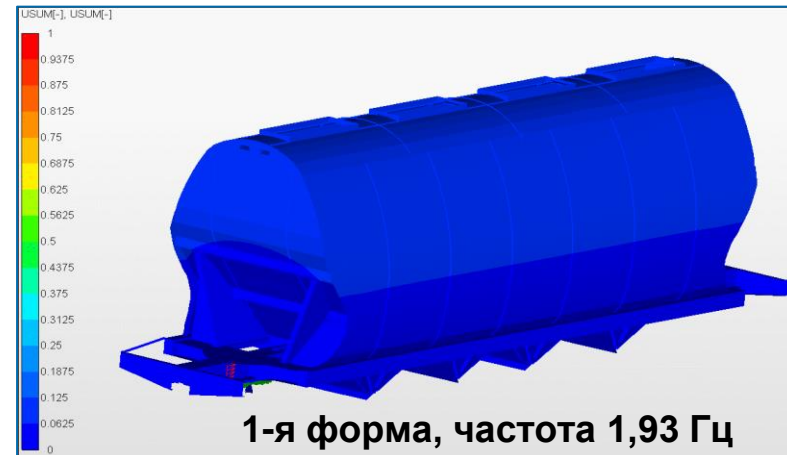
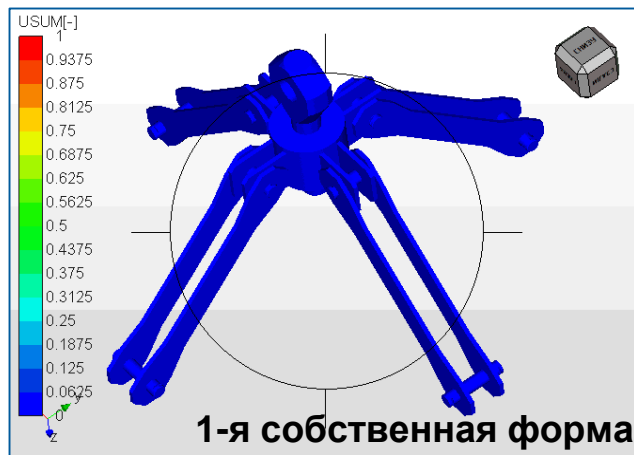
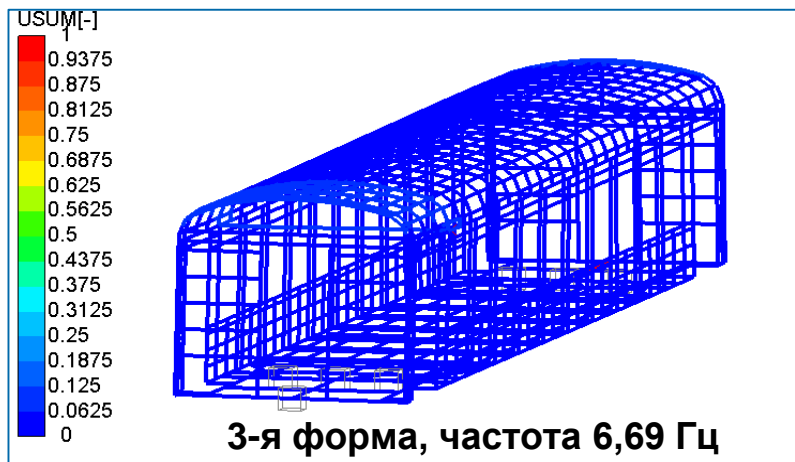


Балка, заземленная с левого торца



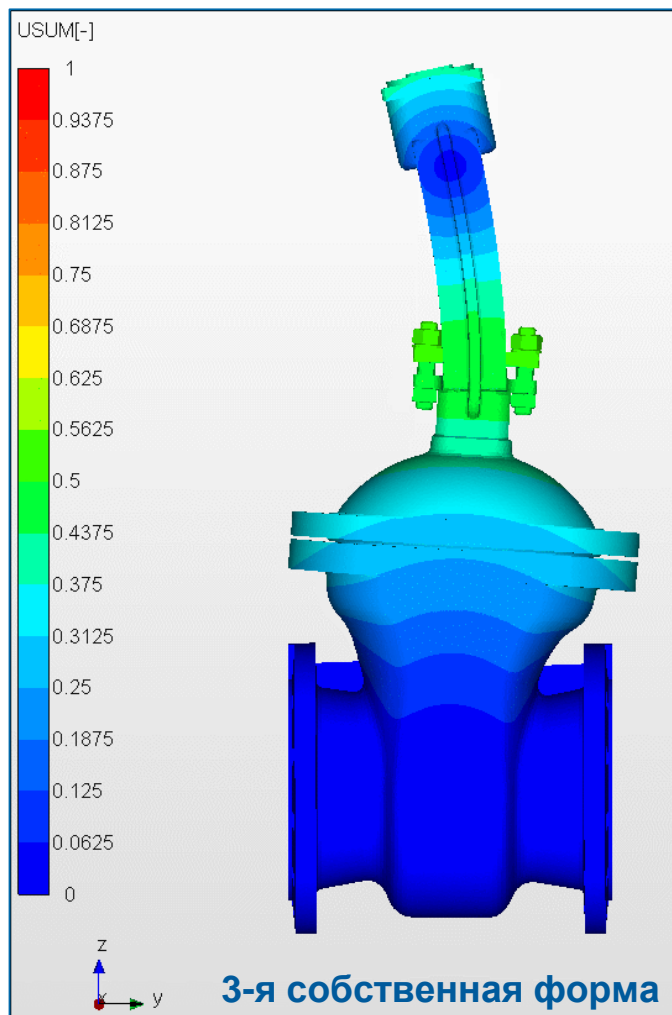


Примеры собственных колебаний





Анализ результатов расчета собственных частот



Частоты собственных колебаний

Собственные частоты

N	[рад/с]	[Гц]	[с]	м.м. X [%]	с.м.м. X [%]	м.м. Y [%]	с.м.м. Y [%]	м.м. Z [%]	с.м.м. Z [%]
1	887.148	141.194	0.00708246	7.63e-06	7.63e-06	9.53	9.53	5.59e-07	5.59e-07
2	966.311	153.793	0.00650224	9.42	9.42	3.84e-06	9.53	1.33e-07	6.92e-07
3	2952.59	469.92	0.00212802	3.92e-05	9.42	30.7	40.2	0.000199	0.0002
4	3602.5	573.356	0.00174412	33.8	43.2	0.00013	40.2	0.00011	0.00031
5	3671.63	584.358	0.00171128	0.0022	43.2	1.57e-05	40.2	2.18e-08	0.00031
6	6241.91	993.43	0.00100661	3.59e-05	43.2	0.000152	40.2	0.00026	0.000571
7	6551.19	1042.65	0.00095909	0.00076	43.2	0.00302	40.2	67.4	67.4
8	6676.4	1062.58	0.000941104	1.04e-05	43.2	3.04	43.2	0.096	67.5
9	8721.14	1388.01	0.000720455	5.52	48.7	1.84e-07	43.2	2.01e-07	67.5
10	8943.53	1423.41	0.00070254	0.00109	48.7	7.38e-05	43.2	3.1	70.6
11	9264.57	1474.5	0.000678195	0.895	49.6	7.54e-06	43.2	0.000287	70.6
12	10574.2	1682.94	0.000594199	0.000239	49.6	1.02	44.3	5.07e-05	70.6
13	10858.3	1728.15	0.000578654	19.5	69.2	8.67e-06	44.3	0.0101	70.6
14	11185.6	1780.25	0.000561719	0.00461	69.2	0.00204	44.3	12.3	82.9
15	11572.2	1841.77	0.000542955	14.9	84.1	0.0014	44.3	0.00893	82.9
16	11922.5	1897.53	0.000527002	0.000791	84.1	6.92	51.2	0.00284	82.9
17	13058.7	2078.35	0.000481151	0.00023	84.1	0.198	51.4	0.000127	82.9
18	13943.4	2219.17	0.000450619	0.000199	84.1	12.3	63.7	0.000197	82.9
19	14113.7	2246.27	0.000445183	0.0144	84.1	0.00134	63.7	0.000488	82.9
20	15300.4	2435.14	0.000410654	6.99e-05	84.1	7.21e-05	63.7	6.67e-06	82.9
21	15656.9	2491.87	0.000401306	0.000603	84.1	0.000481	63.7	7.73e-06	82.9
22	15846.2	2521.99	0.000396512	0.00035	84.1	0.000385	63.7	0.14	83.1
23	16732.2	2663.02	0.000375514	1.45	85.5	0.000169	63.7	9.4e-05	83.1
24	18403.6	2929.02	0.000341412	0.159	85.7	0.000104	63.7	0.000374	83.1
25	18469.7	2939.55	0.000340188	0.062	85.8	0.000191	63.7	9.42e-05	83.1
26	19238.9	3061.96	0.000326588	5.71e-07	85.8	9.66e-05	63.7	4.7e-07	83.1
27	19627.7	3123.85	0.000320118	2.21e-05	85.8	4.76	68.5	0.000503	83.1
28	20005	3183.89	0.000314081	0.00158	85.8	4.8e-05	68.5	1.07e-06	83.1
29	20657.2	3287.69	0.000304165	0.000132	85.8	0.0377	68.5	2.18	85.3
30	21041.4	3348.85	0.00029861	2.77e-05	85.8	8.75	77.3	0.00316	85.3

Модальные массы (м.м.) и суммы модальных масс (с.м.м.) по направлениям

Форма...

Закрыть



Способы учета собственных частот в линейном статическом расчете, а также расчете вынужденных колебаний, гармоническом анализе

Коэффициентом динамичности в теории колебаний называют безразмерную скалярную физическую величину, определяемую следующим выражением:

$$\beta = \frac{A}{A_0} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{p^2})^2 + \frac{4n^2\omega^2}{p^4}}} \quad (1)$$

где

- A — амплитуда
- A_0 — равновесная амплитуда, представляющая собой статическую деформацию упругой связи под действием максимальной силы P_0
- ω — частота возмущения
- p — собственная частота колебаний
- n — коэффициент, характеризующий силы вязкого трения

Коэффициент динамичности применяется для оценки влияния частоты возмущающей силы. Так же он показывает во сколько раз амплитуда вынужденных колебаний больше статического отклонения.



Сейсмика СНиП II-7-81* (СП 14.13330.2014)

Название загрузки: Сейсмика СП 14.13330.2014

Направление: X: 1, Y: 0, Z: 0

Коэф. СНиП II-7-81* (СП 14.13330.2014): K0-ответственности (таб. 3) 1, K1-повреждения (таб. 4) 1, K_Rsi - характеристика конструкции (таб. 5) 1.5

Количество собственных форм: 15

Нижняя граница форм по модалам: 5

Категория грунта: I категория

Расчетная сейсмичность: 9 баллов

Поправочный коэффициент: 1

Пульсации ветра СП 20.13330.2016

Название загрузки: Пульсации ветра СП 20.13330.2016

Ветровое статическое нагружение: Амплитудная

Количество собственных форм: 4

Координата Z нижней точки сооружения, на которую действует ветер: 0 мм

Ширина сооружения по фронту обдува: 10000 мм

Длина сооружения вдоль действия ветра: 20000 мм

Высота сооружения: 9000 мм

Параметры: Ветровой район, (кПа) (кгс/м²) 1а (0,17) (17), Тип местности A, Тип здания Здание, Направление ветра Вдоль X, Логарифмический декремент 0,3 - Ж/Б и каменные сооружения

Поправочный коэффициент: 1

Сейсмика спектр ответа

Название загрузки: Сейсмика Спектр ответа

Тип графика спектра: Ускорение, Скорость, Перемещение

Направление: X: 0, Y: 1, Z: 0

Количество собственных форм: 15

Поправочный коэффициент: 1

Нижняя граница отсеечения форм по модальной массе %: 5

Динамические загрузки

Название	Тип
Сейсмика СП 14.13330.2014	Сейсмика
Сейсмика Спектр ответа	Сейсмика
Пульсации ветра СП 20.13330.2016	Пульсации

OK Отмена

Настройки программы

Параметры/Настройки

- Настройки программы
- Параметры расчётов
 - Общие настройки
 - Линейная статика
 - Линейная устойчивость
 - Частоты собственных колебаний
 - Односторонние опоры/канаты
 - Геометрическая нелинейность
 - Физ. нелинейность
 - Общ. нелинейность
 - Линейный контакт
 - XFEM
 - Трещины жизни/смерть элементов
 - Вынужденные колебания**
 - Частоты собственных колебаний
 - Усталостный расчёт

Свойство Значение

[M].{x}'' + [C].{x}' + [K].{x} = {F(t)}

Алгоритм решения СЛАУ для [M].{x}'' + [C].{x}' + [K].{x} = {F(t)} Sparse

Точность решения 0.001

Максимальное кол-во итераций 100

Объём оперативной памяти, Мб 8000

Хранение разложения матрицы AutoDecide

Размер временного файла 1500

Окончание временного интервала, [с] 1

Кол-во моментов времени 10

Алгоритм решения Разложение по собственным формам

Логарифмический декремент колебаний 0.3

Кол-во собственных форм 8

Минимальная частота учёта собственных частот/форм 0

Алгоритм решения

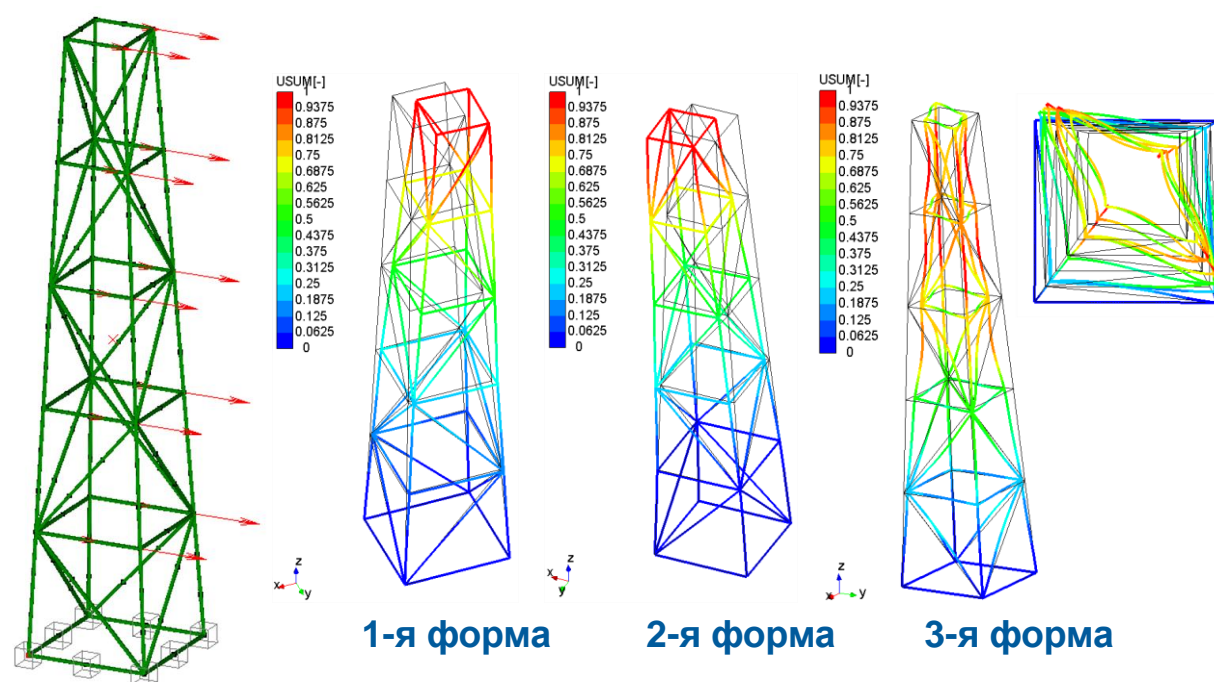
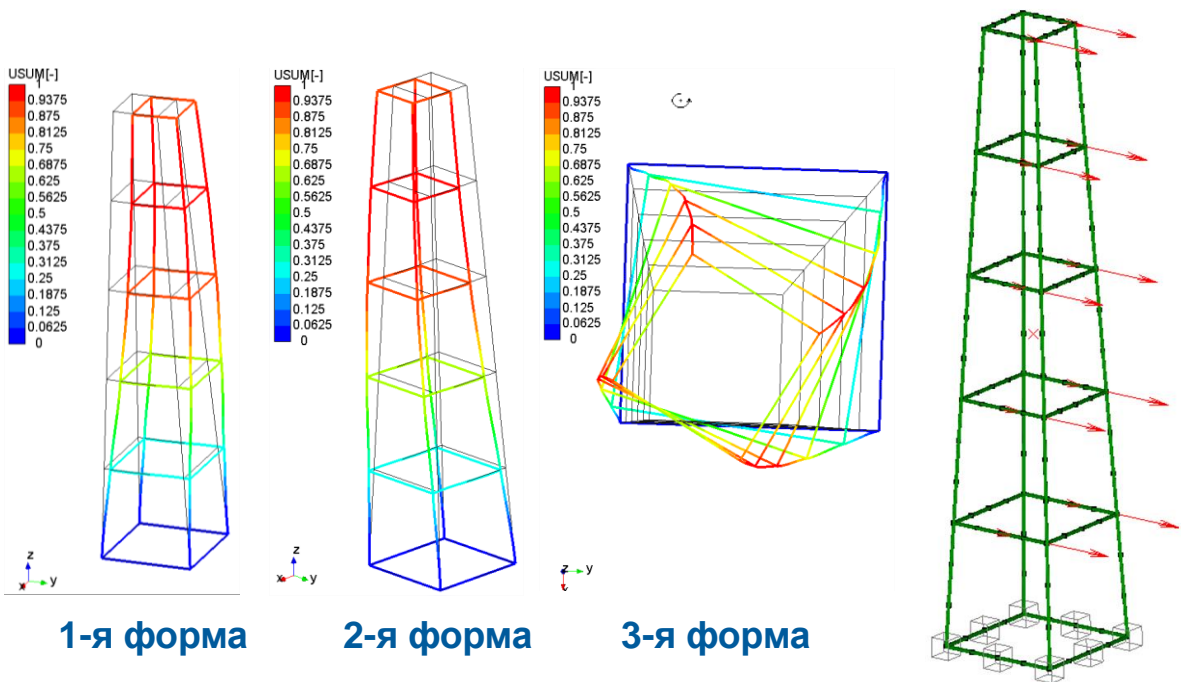
Решение задачи [M].{x}'' + [C].{x}' + [K].{x} = {F(t)} алгоритмом "Разложение по собственным формам" требует предварительного расчёта собственных частот/форм и не учитывает



Дополнительные приемы по использованию расчета собственных частот



Собственные частоты для анализа и оптимизации «жесткости» конструкции



Частоты собственных колебаний

Собственные частоты				Модальные массы (м.м.) и суммы модальных масс (с.м.м.) по направлениям ГСК					
N	[рад/с]	[Гц]	[с]	м.м. X [%]	с.м.м. X [%]	м.м. Y [%]	с.м.м. Y [%]	м.м. Z [%]	с.м.м. Z [%]
1	17.0514	2.71382	0.368484	3.84e-15	3.84e-15	81.9	81.9	1.25e-31	1.25e-31
2	17.0515	2.71382	0.368484	81.9	81.9	3.84e-15	81.9	1.5e-30	1.62e-30
3	22.1694	3.52837	0.283417	6.1e-21	81.9	7.89e-21	81.9	1.13e-31	1.74e-30

Форма... Закрыть

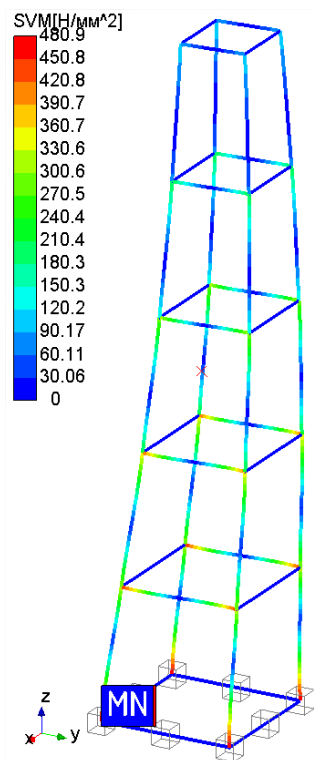
Частоты собственных колебаний

Собственные частоты				Модальные массы (м.м.) и суммы модальных масс (с.м.м.) по направлениям ГСК					
N	[рад/с]	[Гц]	[с]	м.м. X [%]	с.м.м. X [%]	м.м. Y [%]	с.м.м. Y [%]	м.м. Z [%]	с.м.м. Z [%]
1	81.9738	13.0465	0.0766487	33.2	33.2	33.2	33.2	1.99e-29	1.99e-29
2	85.7977	13.6551	0.0732326	29.6	62.9	29.6	62.9	2.26e-28	2.46e-28
3	205.741	32.7448	0.0305392	1.83e-27	62.9	2.89e-26	62.9	0.124	0.124

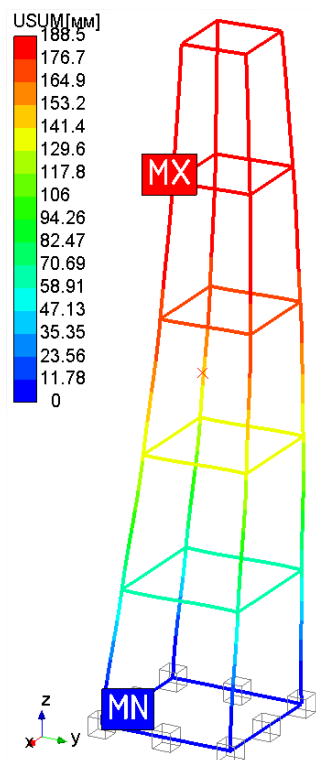
Форма... Закрыть



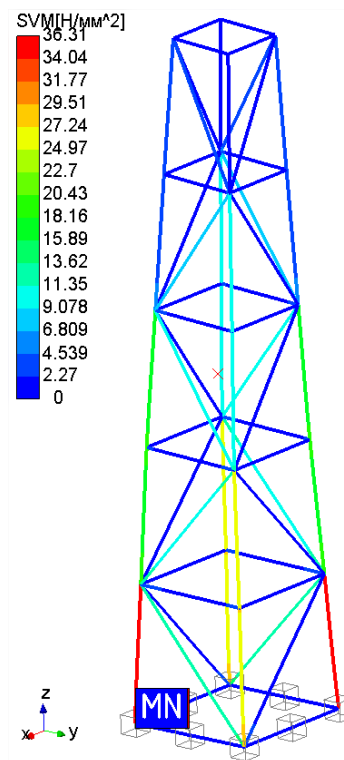
Собственные частоты для анализа и оптимизации «жесткости» конструкции



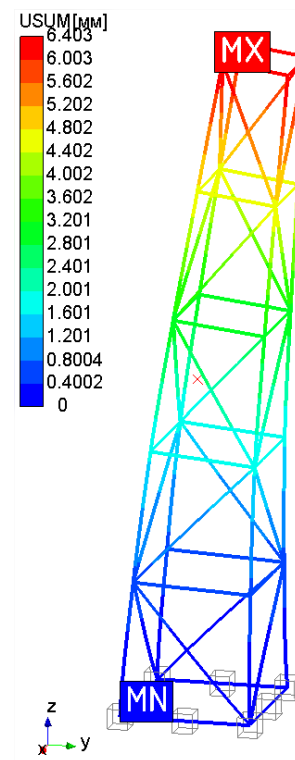
SVM = 480 МПа
Usum = 188,5 мм
Масса = 321кг



**Результаты
 статического
 анализа**

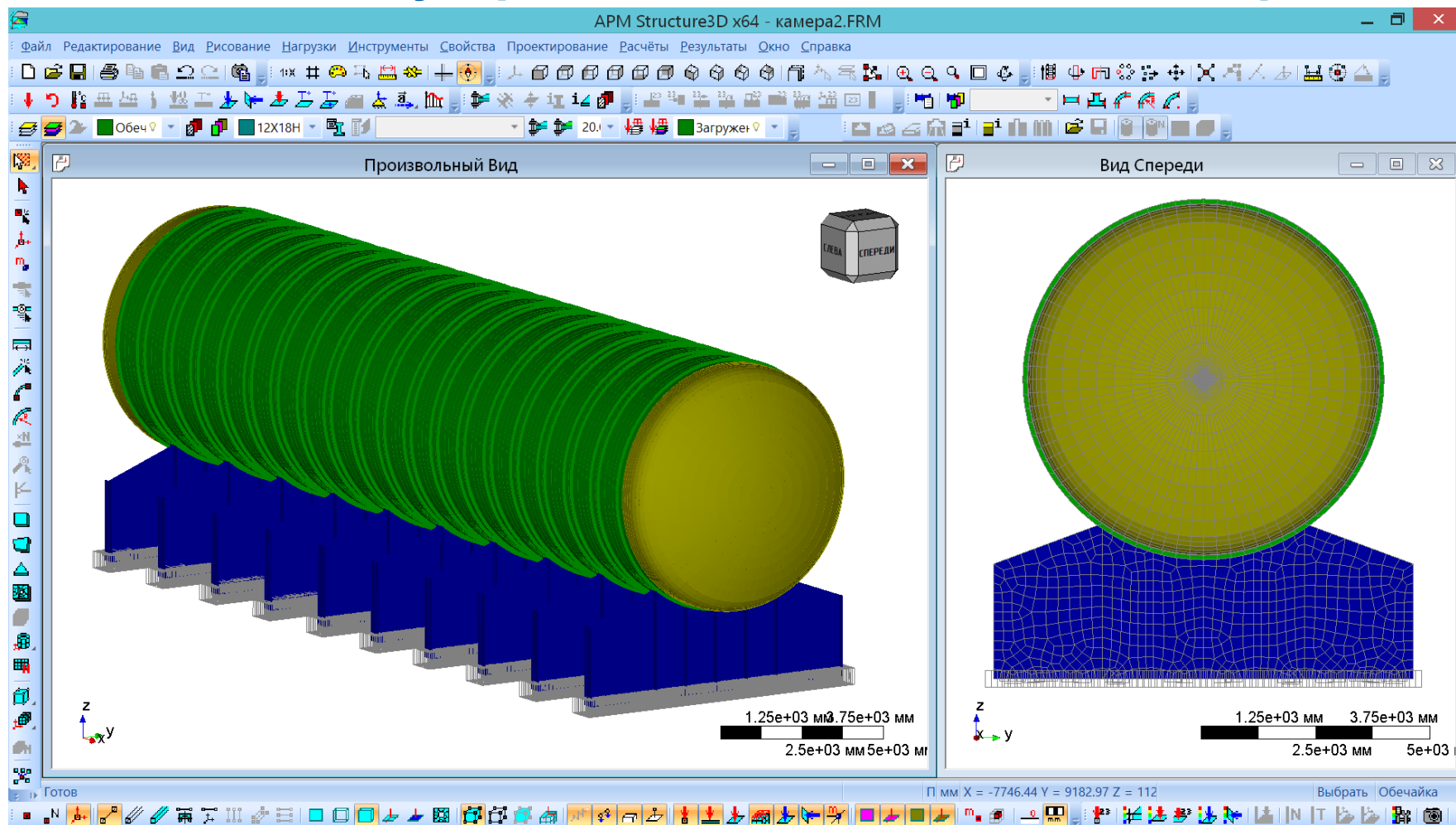


SVM = 36 МПа
Usum = 6,4 мм
Масса = 533кг





Собственные частоты для устранения «не связанности» в расчетных моделях





Собственные частоты для устранения «не связанности» в расчетных моделях

1-я форма
собственных
колебаний

Частоты собственных колебаний

Собственные частоты				Модальные массы (м.м.) и суммы модальных масс (с.м.м.) по направлениям ГСК					
N	[рад/с]	[Гц]	[с]	м.м. X [%]	с.м.м. X [%]	м.м. Y [%]	с.м.м. Y [%]	м.м. Z [%]	с.м.м. Z [%]
1	0.858225	0.136591	7.32114	0.000951	0.000951	3.46	3.46	0.024	0.024
2	1.08347	0.17244	5.79913	3.71	3.71	0.00533	3.46	0.224	0.248
3	1.37511	0.218855	4.56923	0.00544	3.71	0.0144	3.47	0.000889	0.249

Форма... Закрыть



Необходимо устранение «не связанности»
элементов конструкции!!!



Собственные частоты для устранения «не связанности» в расчетных моделях

Частоты собственных колебаний

Собственные частоты

Модальные массы (м.м.) и суммы модальных масс (с.м.м.) по направлениям ГСК

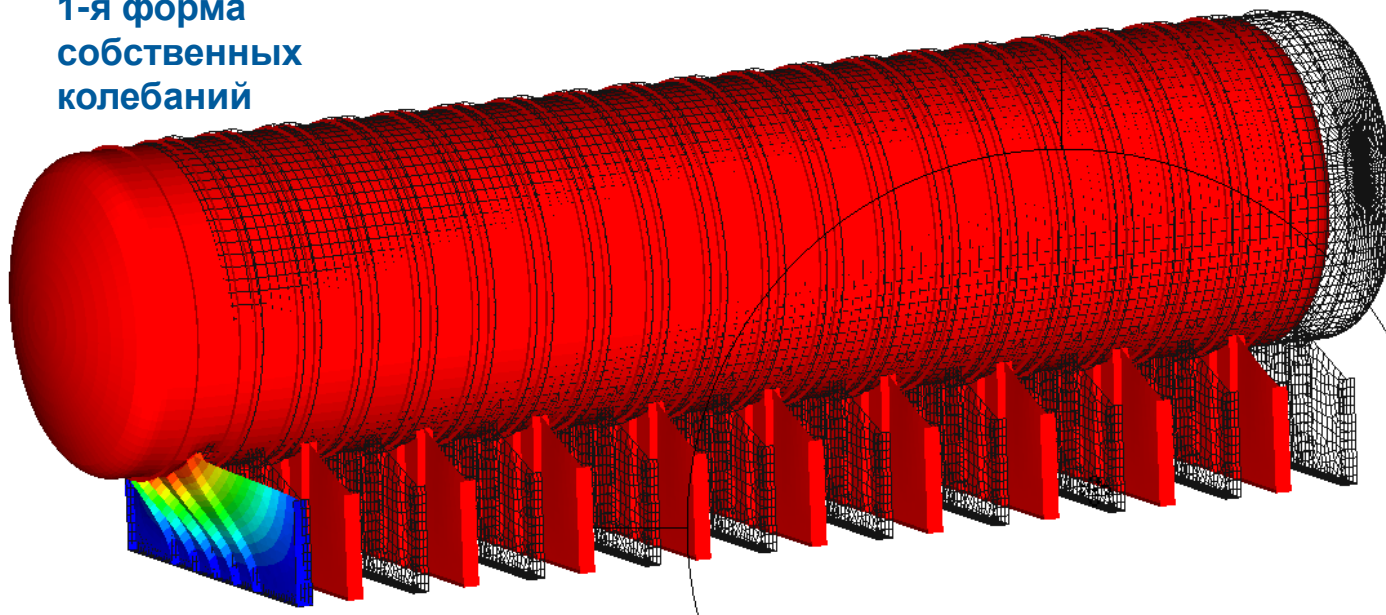
N	[рад/с]	[Гц]	[с]	м.м. X [%]	с.м.м. X [%]	м.м. Y [%]	с.м.м. Y [%]	м.м. Z [%]	с.м.м. Z [%]
1	10.5724	1.68265	0.594299	98.2	98.2	1.09e-11	1.09e-11	0.000712	0.000712
2	22.6269	3.60119	0.277686	6.03e-10	98.2	38.7	38.7	1.91e-09	0.000712
3	58.3242	9.28258	0.107729	0.00195	98.2	2.54e-08	38.7	18.6	18.6
4	60.8171	9.67934	0.103313	4.25e-07	98.2	2.58e-06	38.7	0.343	18.9
5	61.1578	9.73356	0.102737	2.71e-05	98.2	5.13e-06	38.7	0.00415	18.9

Закреть

USUM [-]

0.9375
0.875
0.8125
0.75
0.6875
0.625
0.5625
0.5
0.4375
0.375
0.3125
0.25
0.1875
0.125
0.0625
0

**1-я форма
собственных
колебаний**



**После устранения «не связанности»
элементов конструкции
изменился спектр собственных частот
и собственные формы**



Резонанс нам не страшен?!

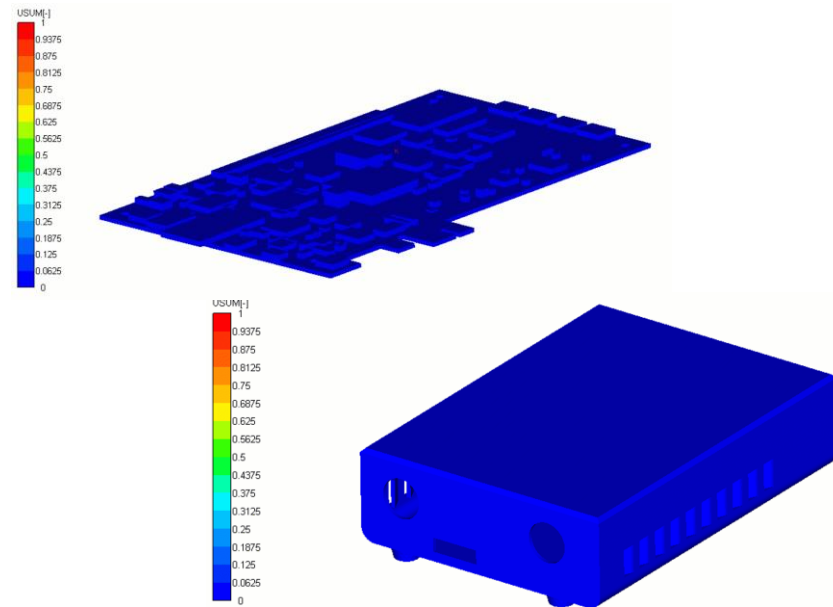
**Да, если мы сделали расчет собственных частот и убедились,
что спектр частот изменения внешней нагрузки НЕ пересекается
со спектром собственных частот нашей конструкции!
(в идеале собственные частоты конструкции выше частот вынуждающих внешних сил)**

ВАЖНО!

Для учета резонансных явлений
на напряженно-деформированное состояние
конструкции нужно проводить расчет
вынужденных колебаний и гармонический анализ.

Это позволит выявить:

- ✓ Сдвиг фазы между собственными колебаниями и внешним воздействием
- ✓ Отклик элементов конструкции на возмущающее воздействие по времени или по частоте





Спасибо за внимание!

**Компания НТЦ «АПМ»
(научно-технический центр)
Московская область, г. Королев
Октябрьский бульвар, д. 14, офис 6
Тел.: (495) 120-58-10
Internet: [www. apm.ru](http://www.apm.ru)
E-mail: com@apm.ru**