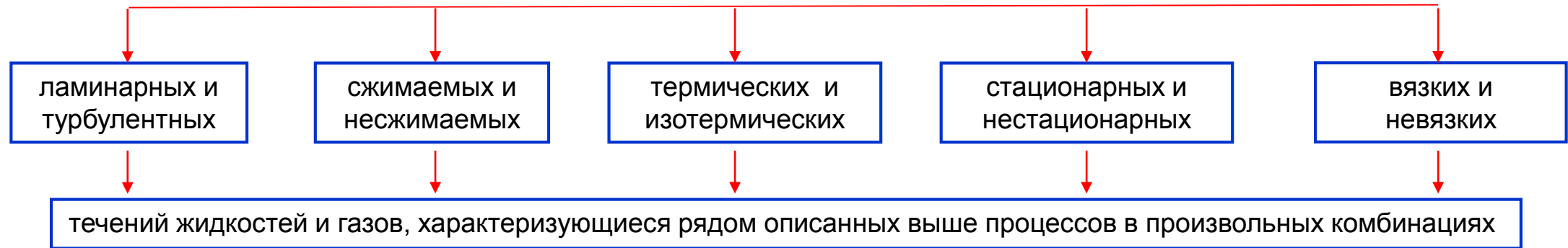
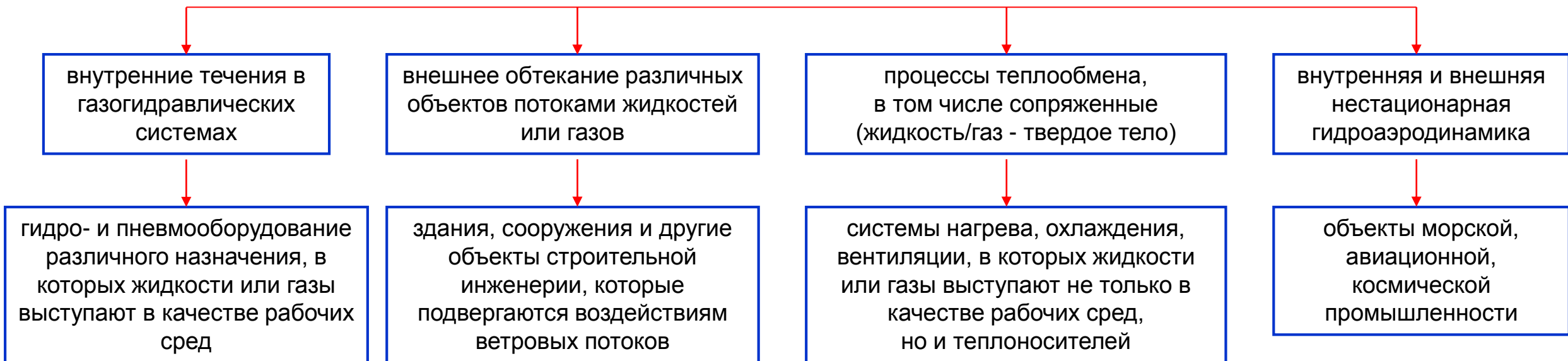


# - это моделирование течений жидкостей и газов



## Практическое применение



1. Анализ потенциальных течений позволяет рассчитывать поля скоростей и давлений идеальных течений (несжимаемых, изотермических, невязких)
2. Анализ течений фильтрации в стационарной и нестационарной постановках для расчета полей давлений и скоростей течений через ортотропную пористую среду
3. Анализ течений Навье-Стокса для расчета полей давлений и скоростей вязких течений. Реализован в стационарной, несжимаемой, изотермической постановке с возможностью учета турбулизации потока в соответствии с алгебраической моделью турбулентности на основе гипотезы «путь перемешивания Прандтля»
4. Анализ термических течений и сопряженных процессов теплообмена: теплопроводность, конвективный теплообмен, теплообмен излучением; взаимодействие полей температур на границах раздела агрегатных состояний жидкость/газ - твердое тело.

**APM FGA реализован на базе модулей APM Studio и APM Structure3D**

# 1. Потенциальное течение и основные допущения

$$\mathbf{V} = \nabla \varphi$$

$$u(x, y, z) = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$$v(x, y, z) = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

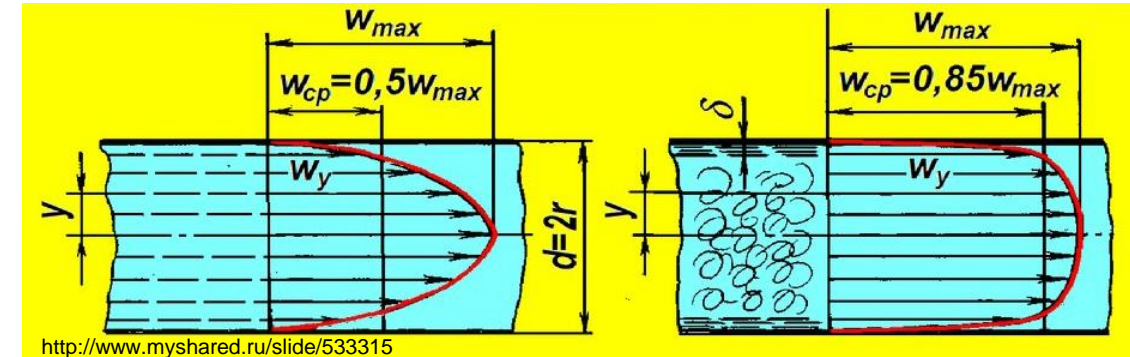
$$z(x, y, z) = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

$$\Delta \varphi = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$$

Уравнение Бернулли

$$\frac{\rho V^2}{2} + p = const$$



одна итерация

## Основные допущения:

- стационарное течение (steady flow)  $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$
- изотермическое течение (isothermal flow)  $q = 0$
- несжимаемое течение (incompressible flow)  $\rho = const$   $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$
- невязкое течение (inviscid flow)  $\mu = \lambda = 0$
- безвихревое течение (irrotational flow)  $\omega = \nabla \times \mathbf{V} = 0$

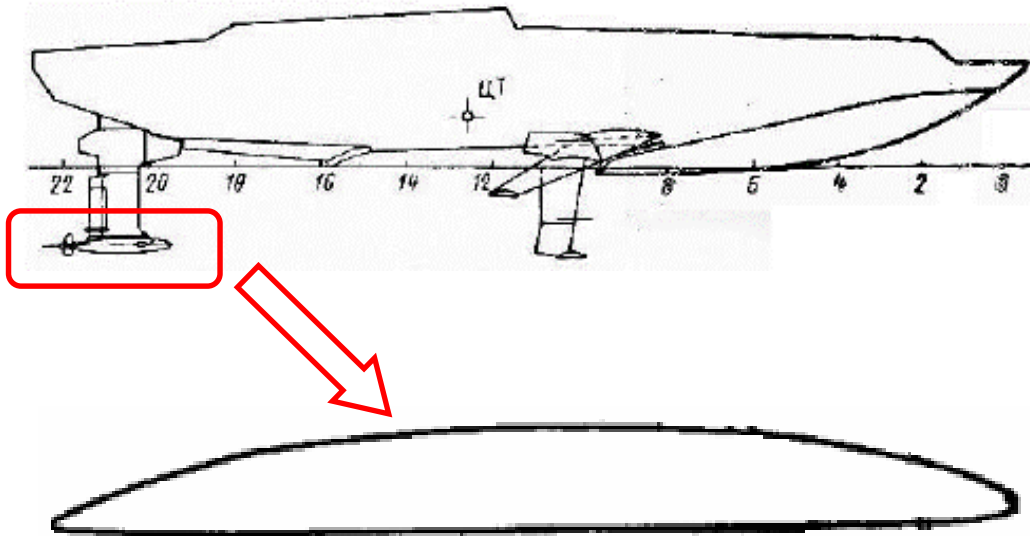
## Исходные данные для расчета:

- Геометрия расчетной области – 3D модель
- Физическое свойство течения – плотность
- Граничные условия – потенциал скорости и вектор скорости
- (в различных комбинациях)

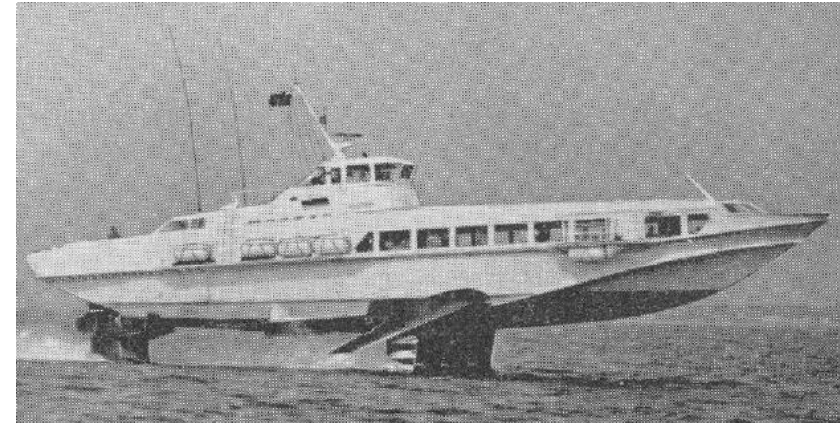
## Результаты расчета:

- Распределение потенциала скорости течения (контурные карты)
- Распределение вектора скорости течения (контурные и векторные карты)
- Распределение давления течения (контурные карты)



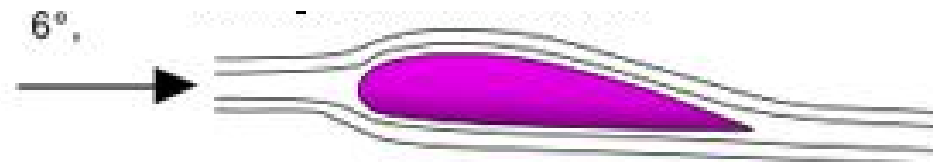


профиль Вальхнера



пассажирский теплоход на  
подводных крыльях «Тайфун»

Профили крыльев проектируются таким образом, чтобы на используемых в нормальной эксплуатации углах атаки исключить срыв потока



безотрывное обтекание профиля реализуется при углах атаки  $< 6$  град.

# 1. Пример расчета потенциального течения

## Обтекание подводного крыла Постановка задачи и результаты

### Постановка задачи: невязкое течение

Давление



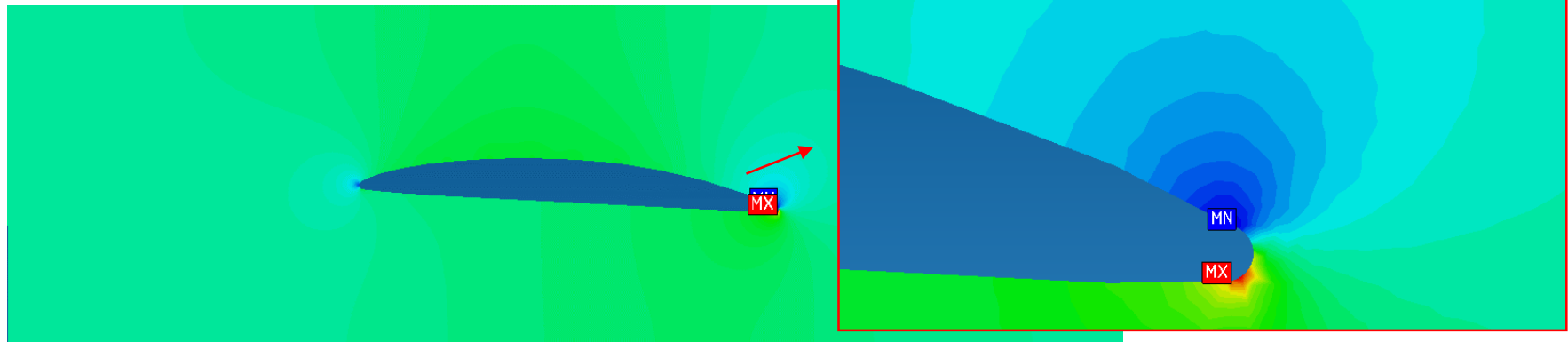
$V = 10$  м/с  
скорость  
на входе



ВЫХОД

$\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>  
ПЛОТНОСТЬ

Скорость



#### Основное уравнение

$$\frac{1}{E} \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{K_x}{\rho g} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{K_y}{\rho g} \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{K_z}{\rho g} \frac{\partial P}{\partial z} \right)$$

$P(x, y, z, t)$  — давление

$K_x, K_y, K_z(x, y, z)$  — главные значения тензора коэффициентов проницаемости

$E(x, y, z)$  — модуль упругости среды

$\rho(x, y, z)$  — плотность

$$V_x = \frac{K_x}{\rho g} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad V_y = \frac{K_y}{\rho g} \frac{\partial P}{\partial y}, \quad V_z = \frac{K_z}{\rho g} \frac{\partial P}{\partial z} \quad \text{— компоненты вектора скорости}$$

#### Исходные данные для расчета:

- Геометрия расчетной области: 3D модель
- Физические свойства: плотность, коэффициенты проницаемости, модуль упругости
- Граничные условия — давление, скорость (в разных комбинациях)
- Начальные условия — давление

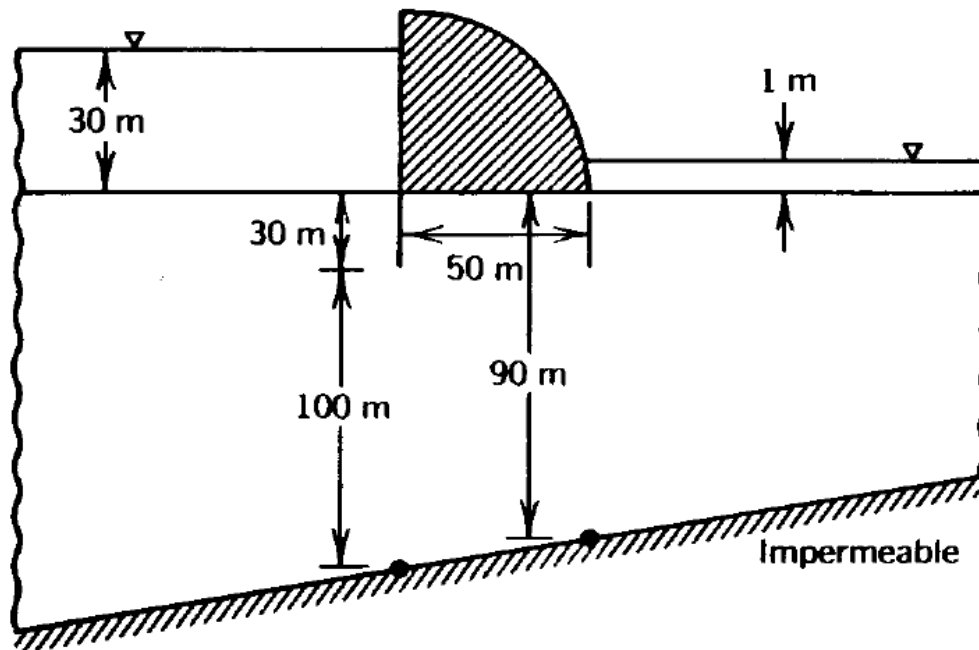
#### Результаты расчета:

- Распределение давления течения (контурные карты)
- Распределение вектора скорости течения (контурные и векторные карты)

## 2. Пример расчета стационарного течения фильтрации

### Утечка воды через грунт под плотиной

#### Постановка задачи



Плотина шириной 50 м.  
заглублена в грунт на 30 м.

Нижняя и боковые  
правая и левая границы  
непроницаемы.

Слева от плотины  
поддерживается постоянный  
пьезометрический напор 30 м.

Справа от плотины  
поддерживается постоянный  
пьезометрический напор 1 м.

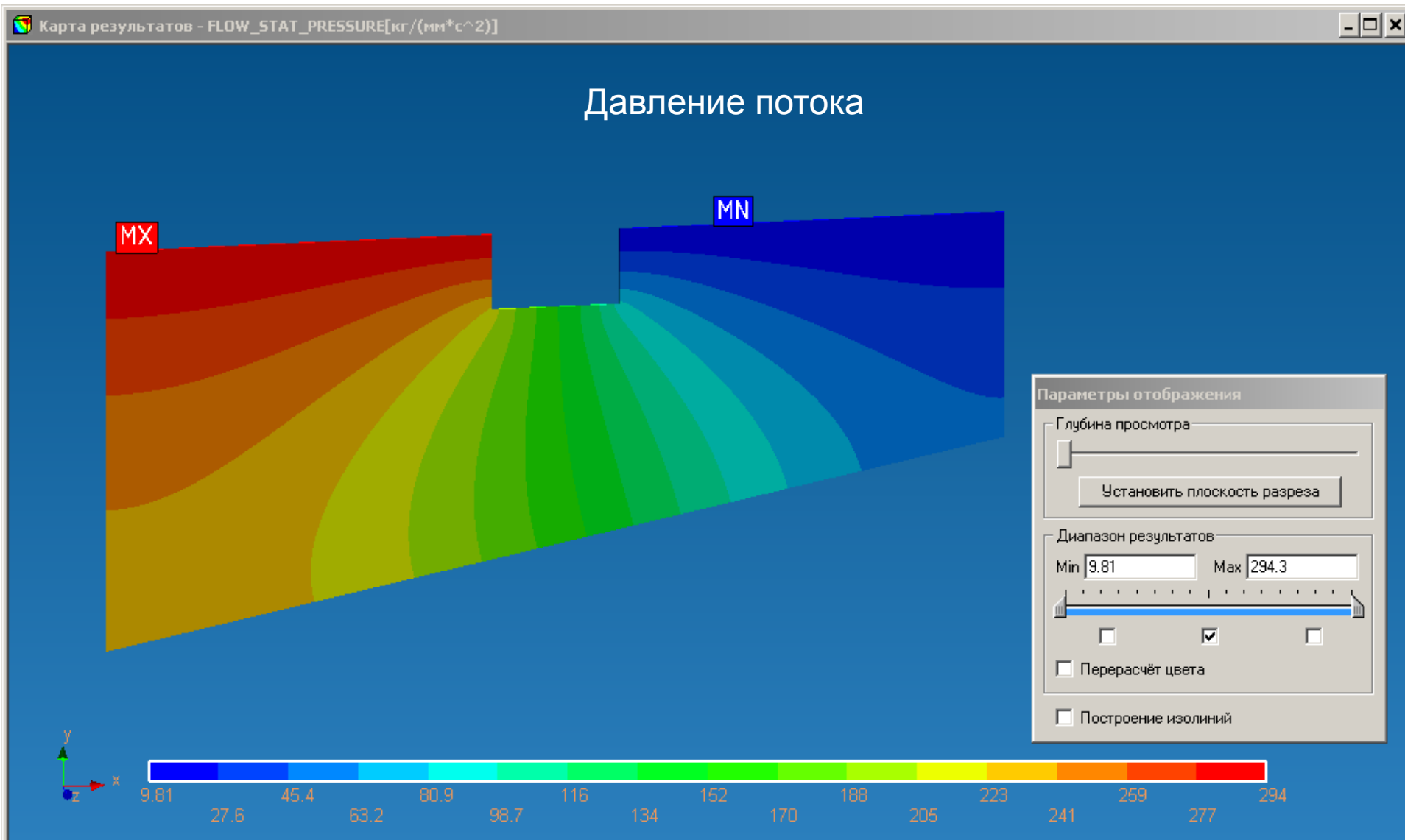
Грунт ортотропный,  
проницаемости:  
 $K_{xx} = 20$  м/день,  
 $K_{yy} = 15$  м/день



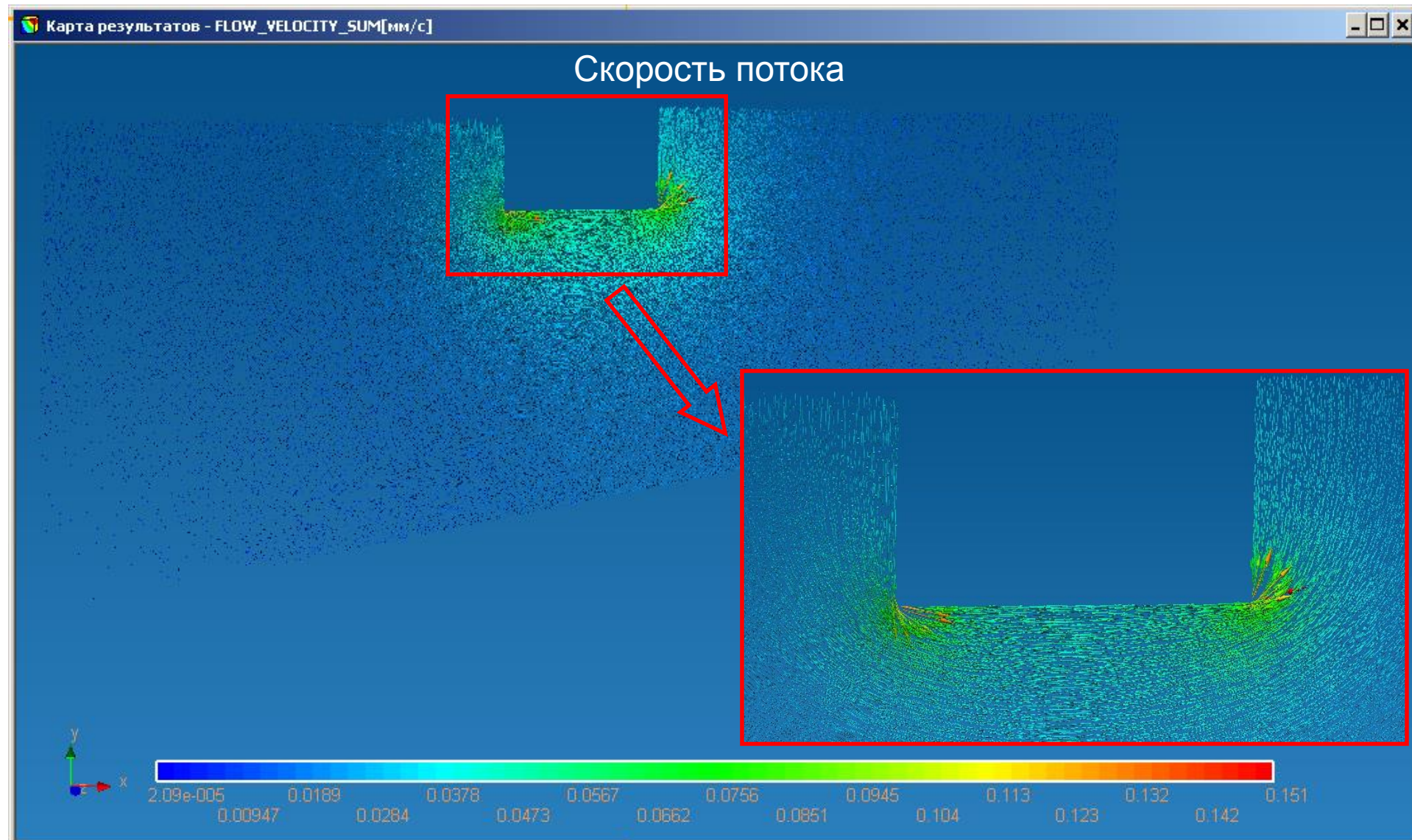
## 2. Пример расчета стационарного течения фильтрации

### Утечка воды через грунт под плотиной

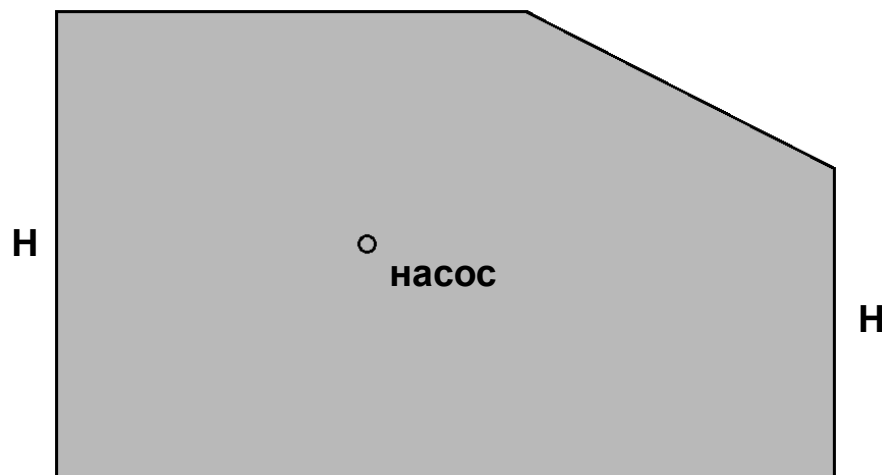
### Результаты расчетов



## 2. Пример расчета стационарного течения фильтрации Утечка воды через грунт под плотиной Результаты расчетов



#### Постановка задачи



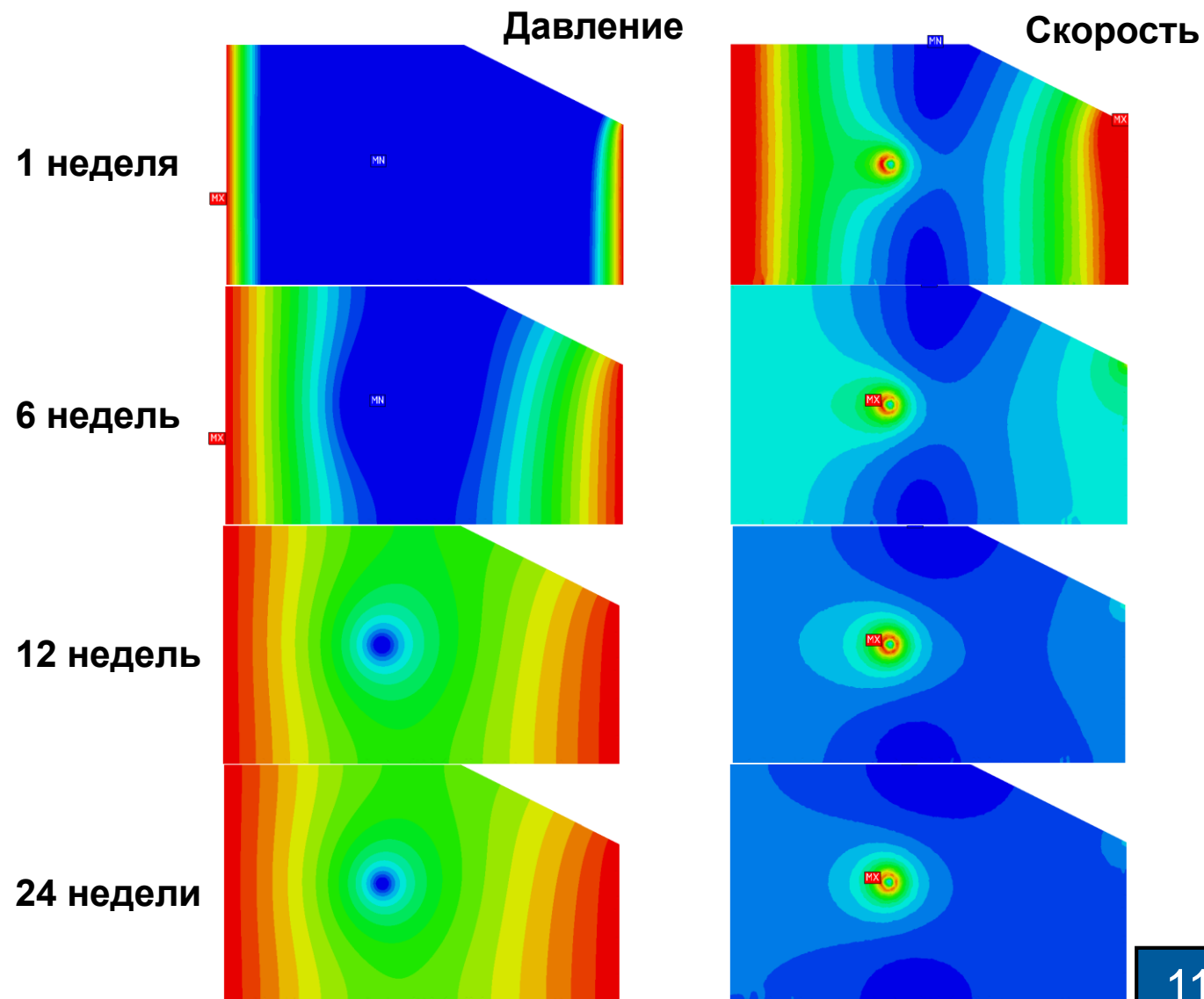
Плотность  $1000 \text{ кг/м}^3$

Проницаемость изотропного водоносного слоя  
15 м/день Верхняя и нижняя границы

непроницаемы.

$H = 200 \text{ м}$  - постоянный пьезометрический напор

Производительность насоса  $1500 \text{ м}^3/\text{день}$



## Основные уравнения

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0$$

$$\rho V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + \rho V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + \rho V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} - \mu \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} - \mu \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} + \frac{\partial P}{\partial x} = F_x$$

$$\rho V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + \rho V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + \rho V_z \frac{\partial V_y}{\partial z} - \mu \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} - \mu \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} + \frac{\partial P}{\partial y} = F_y$$

$$\rho V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + \rho V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + \rho V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} - \mu \frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} - \mu \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} + \frac{\partial P}{\partial z} = F_z$$

$P$  — давление  $V_x, V_y, V_z$  — компоненты вектора скорости

$\mu(x, y, z)$  — вязкость  $\rho(x, y, z)$  — плотность

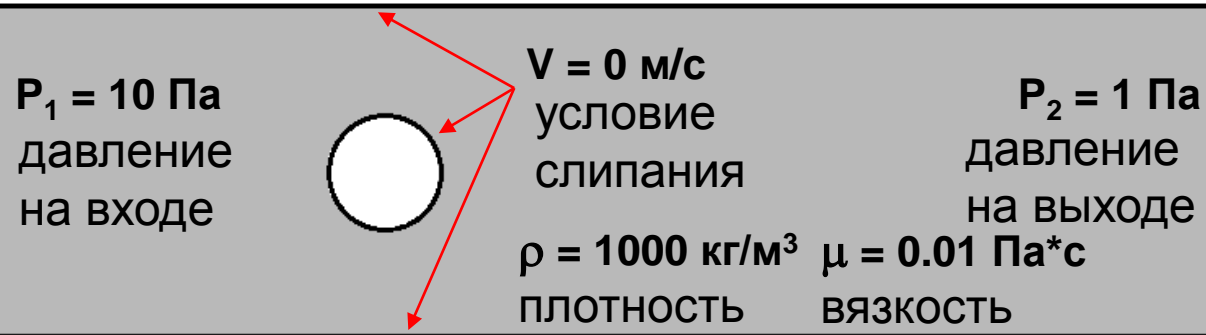
$F_x, F_y, F_z$  — компоненты вектора объемных сил

## Исходные данные для расчета:

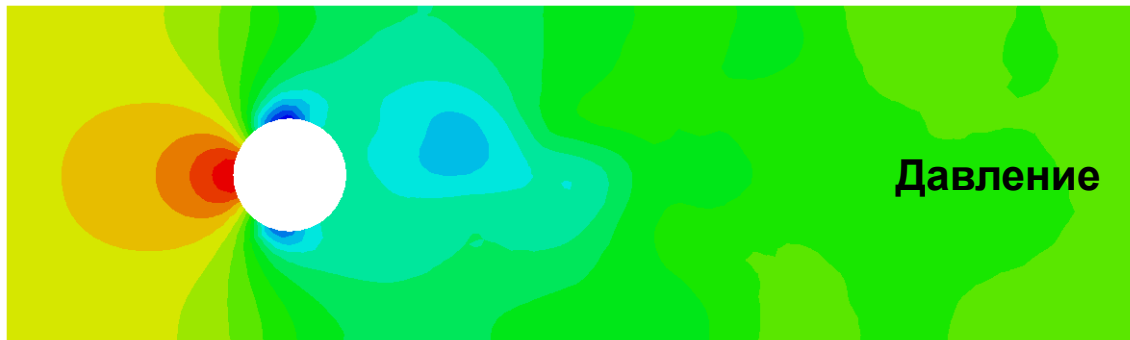
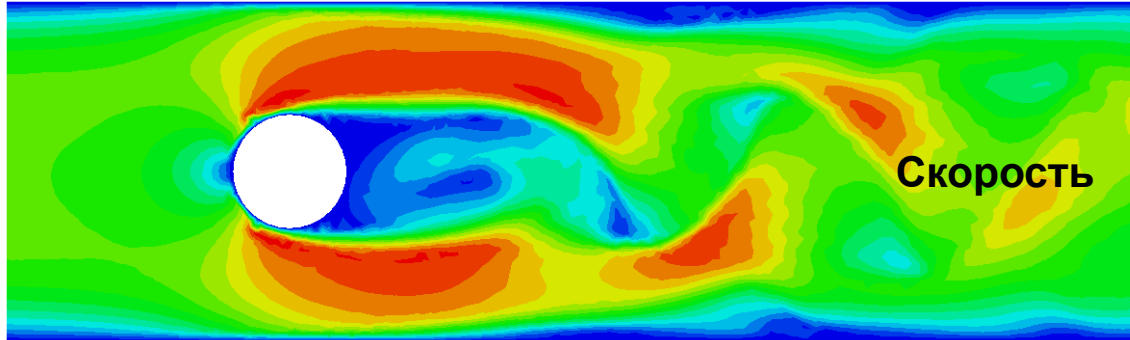
- Геометрия расчетной области: 3D модель
- Физические свойства: плотность, динамическая вязкость
- Граничные условия — давление, скорость (в разных комбинациях)

## Результаты расчета:

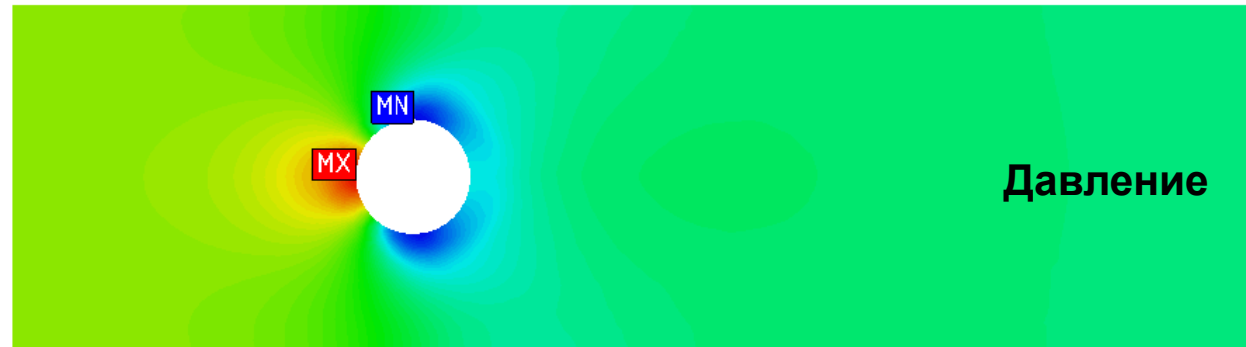
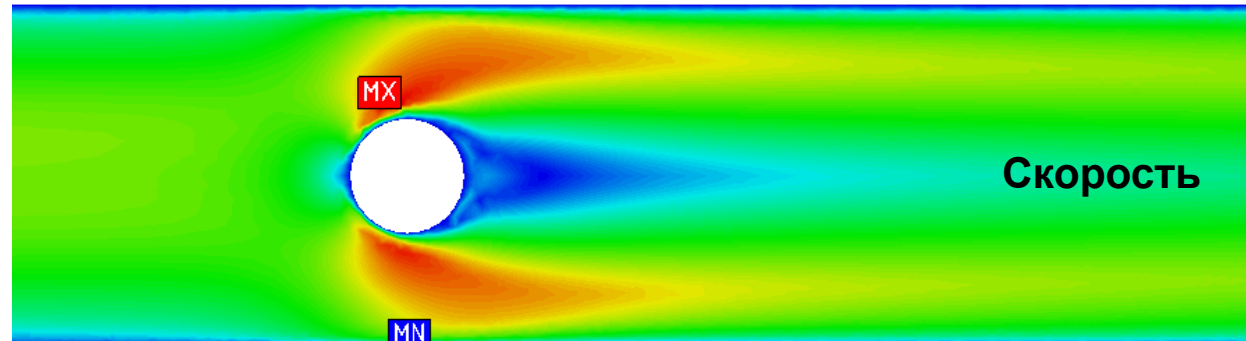
- Распределение давления течения (контурные карты)
- Распределение вектора скорости течения (контурные и векторные карты)



Ламинарная постановка задачи

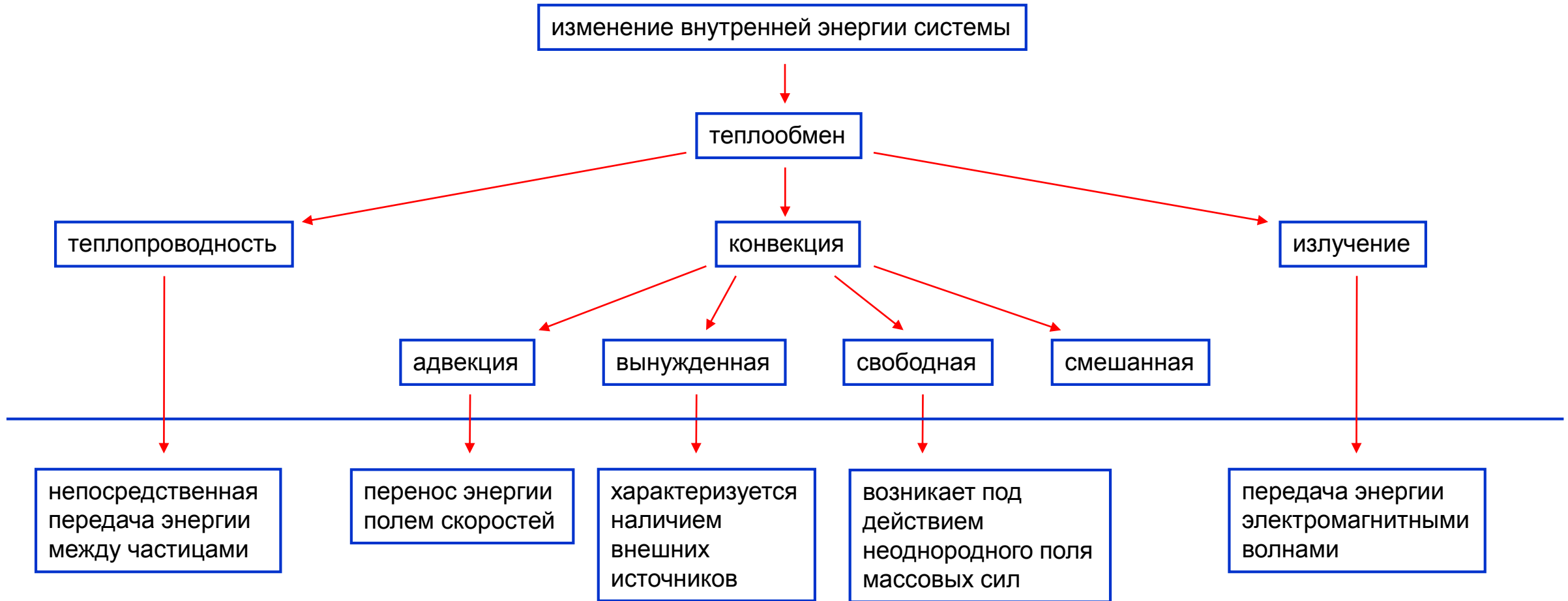


Турбулентная постановка задачи





## 4. Термические течения и сопряженный теплообмен



## Уравнение энергии для учета теплообменных процессов течений жидкостей и газов

$$\frac{\partial(\rho C_p T_0)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_x C_p T_0)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y C_p T_0)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z C_p T_0)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \left( K + \frac{K_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T_0}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \left( K + \frac{K_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T_0}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \left( K + \frac{K_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T_0}{\partial z} \right) + W^V + E^K + Q_V + \Phi + \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \left( K + \frac{K_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T_0}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \left( K + \frac{K_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T_0}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \left( K + \frac{K_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T_0}{\partial z} \right) - \text{теплопроводность}$$

$$\frac{\partial(\rho V_x C_p T_0)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y C_p T_0)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z C_p T_0)}{\partial z} - \text{адвекция}$$

$$W^V = \mu \left[ \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right] u_j - \text{работа сил вязкости}$$

$$\Phi = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \text{вязкостная диссипация в тепло}$$

$$E^K = - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{K}{C_p} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{2} V^2 \right) \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{K}{C_p} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{2} V^2 \right) \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{K}{C_p} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{2} V^2 \right) \right] - \text{кинетическая энергия}$$

$Q_V$  - объемные источники/стоки тепла

$\frac{\partial P}{\partial t}$  - скорость изменения давления

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2C_p} - \text{полная температура}$$

Граничные условия

1. температура  
 $T_0, T$

2. тепловой  
поток  $\{F\}_f = \int_{S_f} q_f \{ \bar{N} \} dS_f$

3. тепловая конвекция  
 $[K]_{Tc} = \int_{S_c} \alpha \{ \bar{N} \}^T \{ \bar{N} \} dS_c$   
 $\{F\}_c = \int_{S_c} \alpha T_{env} \{ \bar{N} \} dS_c$

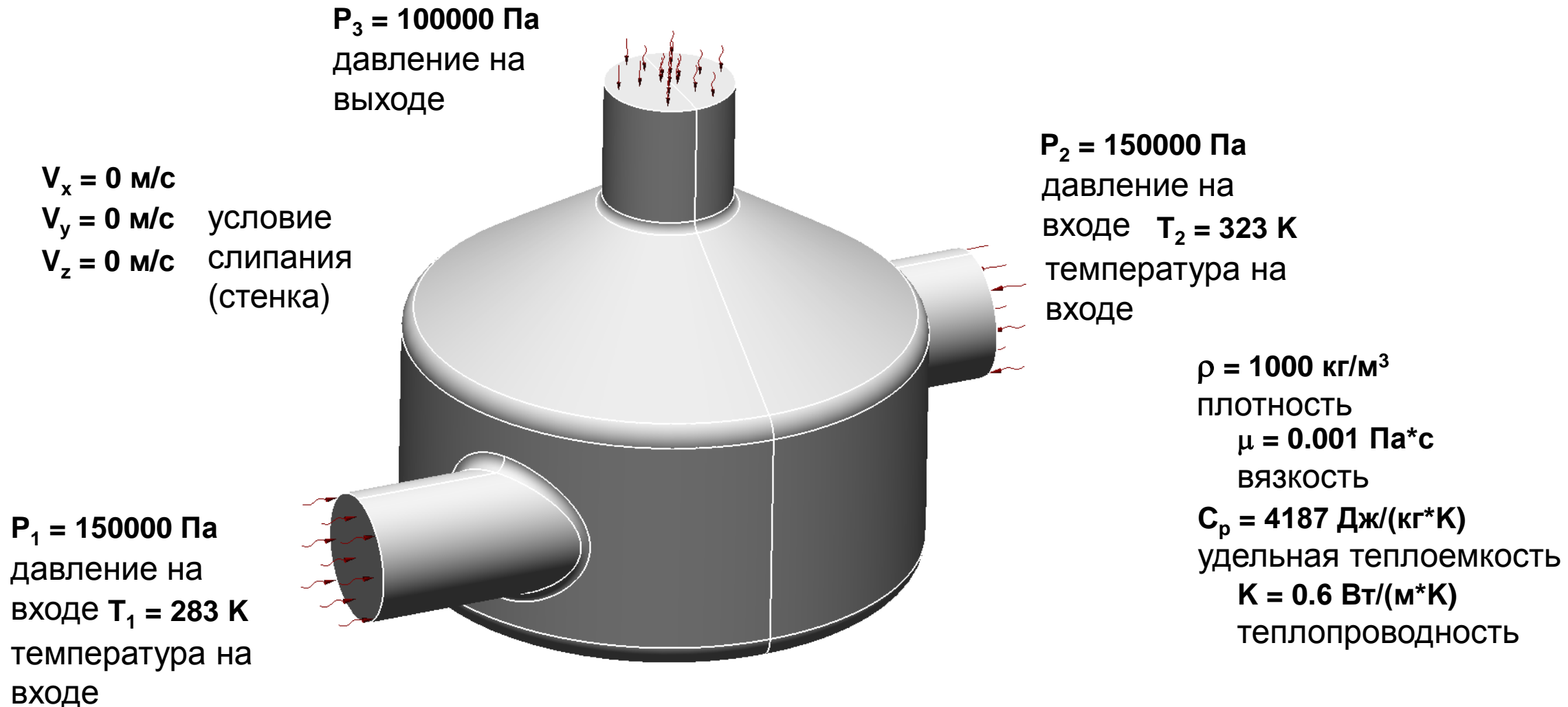
4. тепловое излучение  
 $[K]_{Tr} = \int_{S_r} q_r \{ \bar{N} \}^T \{ \bar{N} \} dS_r$   
 $\{F\}_r = \int_{S_r} q_r T_{env} \{ N \} dS_r$   
 $q_r = \sigma \varepsilon (T'^2 + T_{env}'^2) (T' + T_{env}')$

## 4. Пример расчета теплообмена

### Смеситель

### Постановка задачи

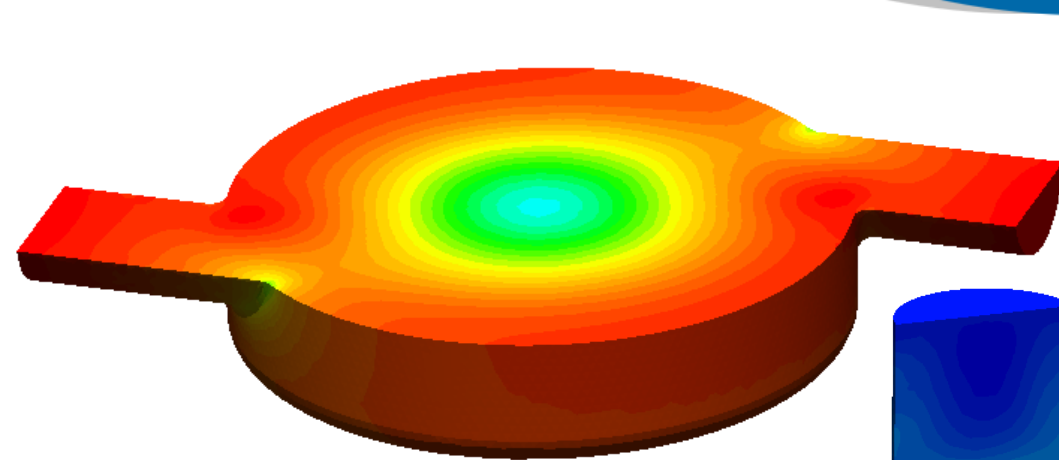
#### Термическая и турбулентная постановка задачи



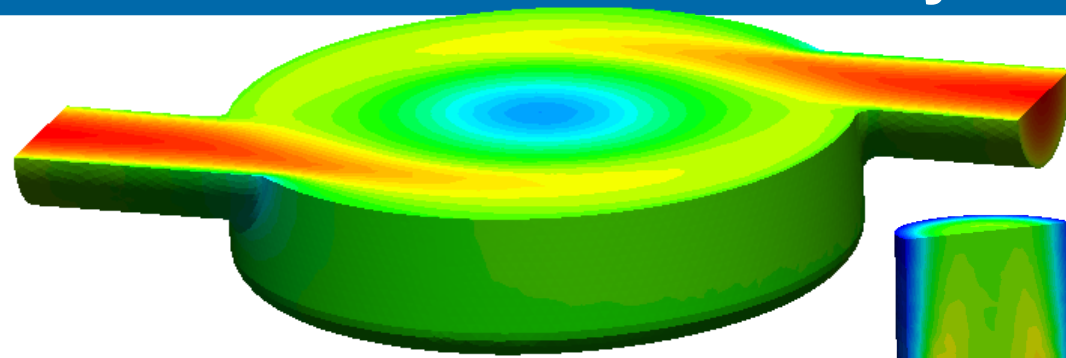
# 4. Пример расчета теплообмена

## Смеситель

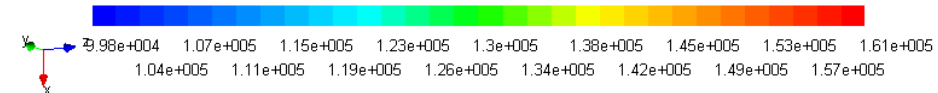
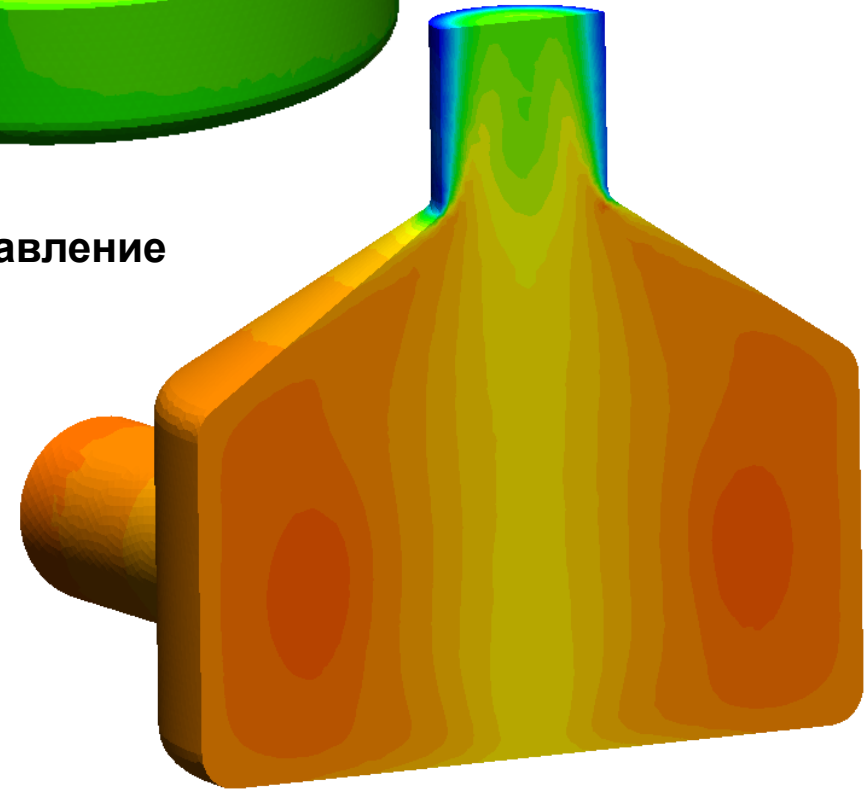
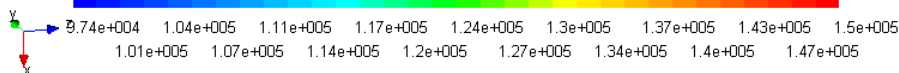
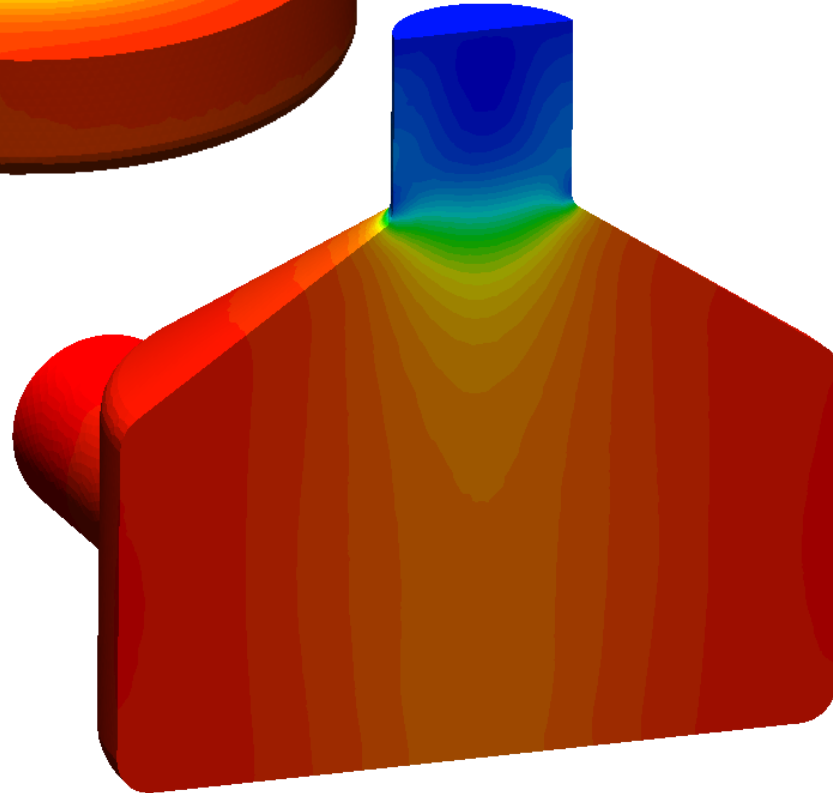
## Результаты



Давление

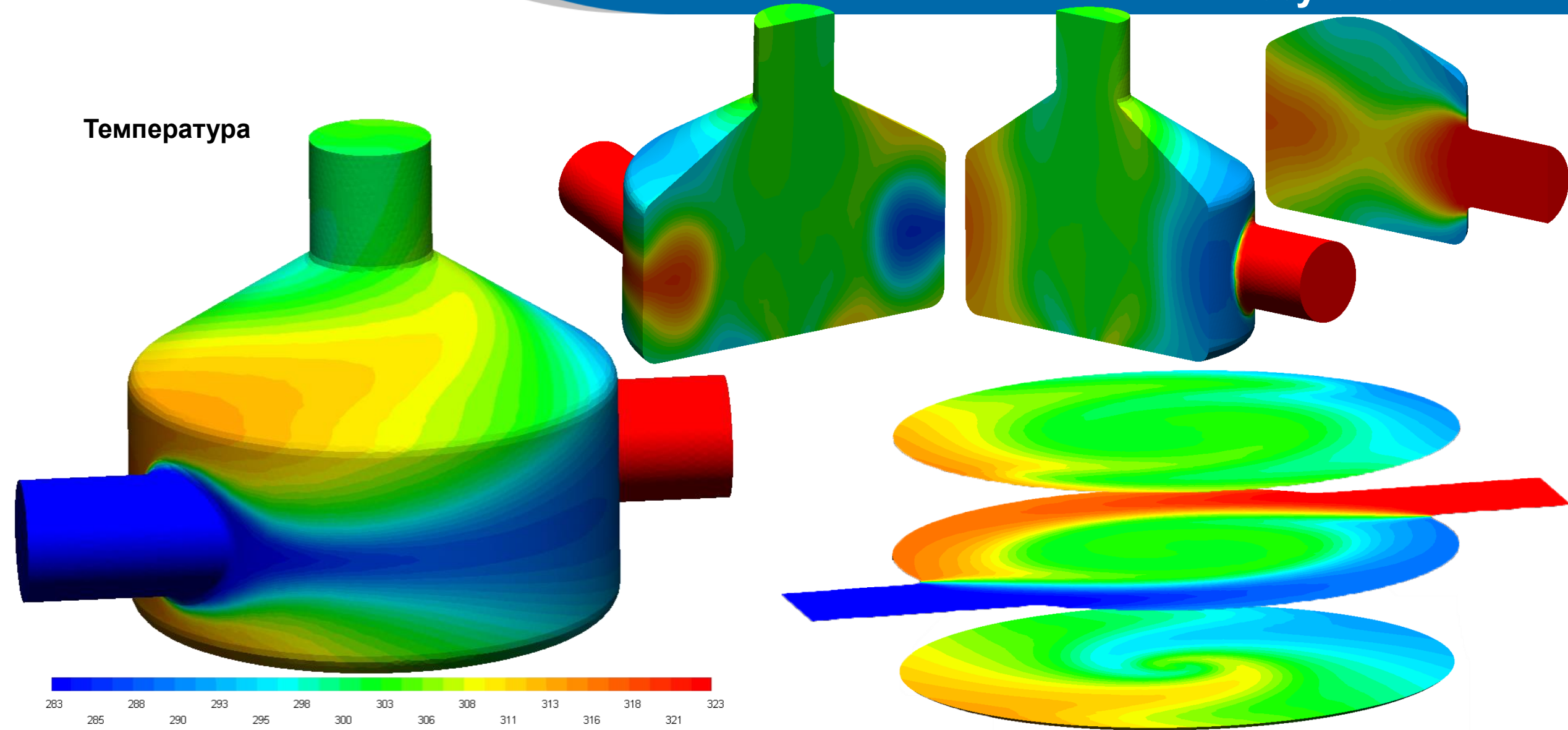


Полное давление



## 4. Пример расчета теплообмена Смеситель Результаты

Температура

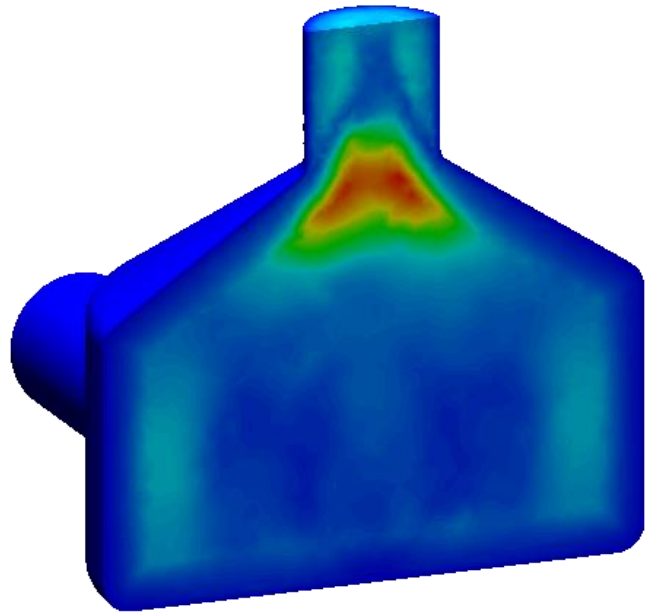




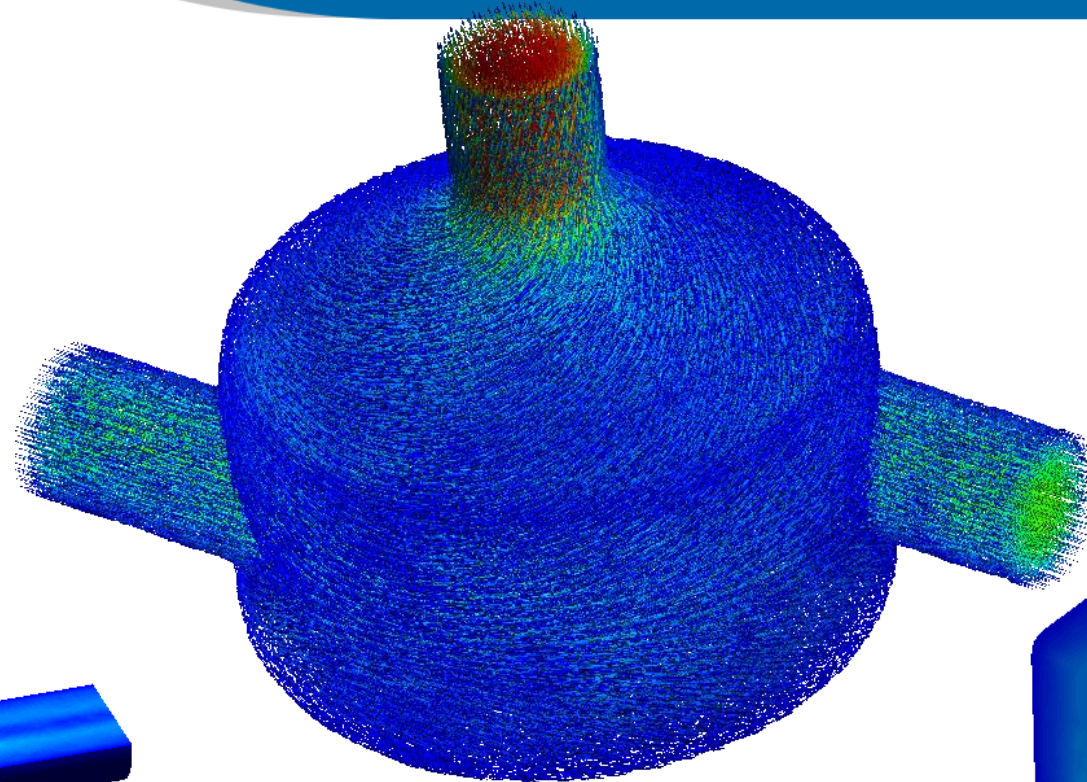
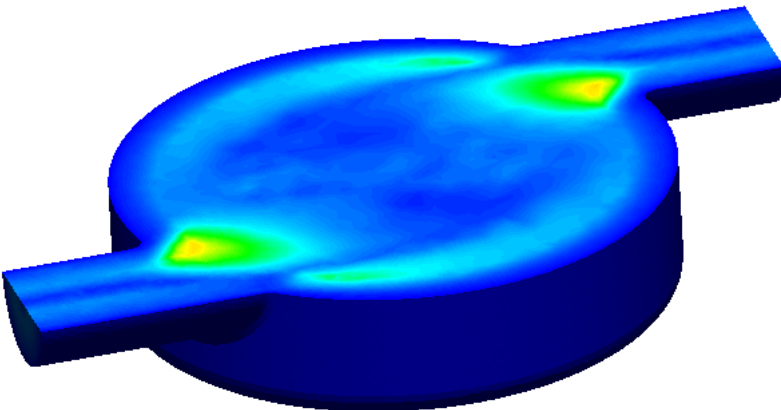
# 4. Пример расчета теплообмена

## Смеситель

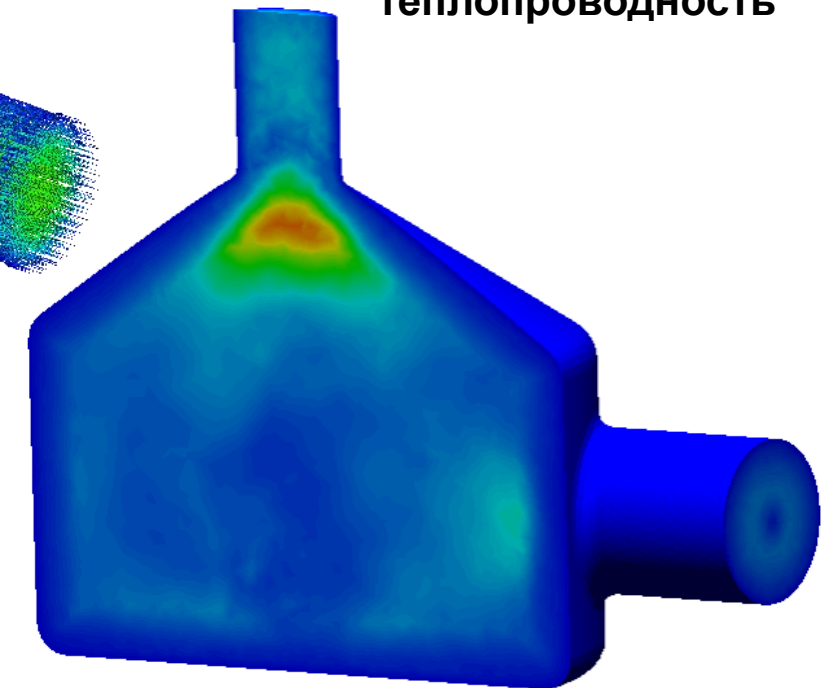
## Результаты



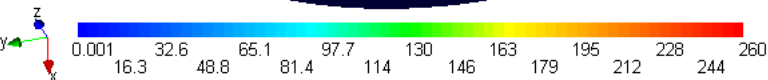
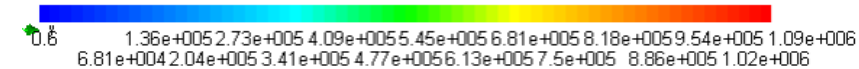
Эффективная вязкость



Скорость  
(векторная карта)



Эффективная  
теплопроводность



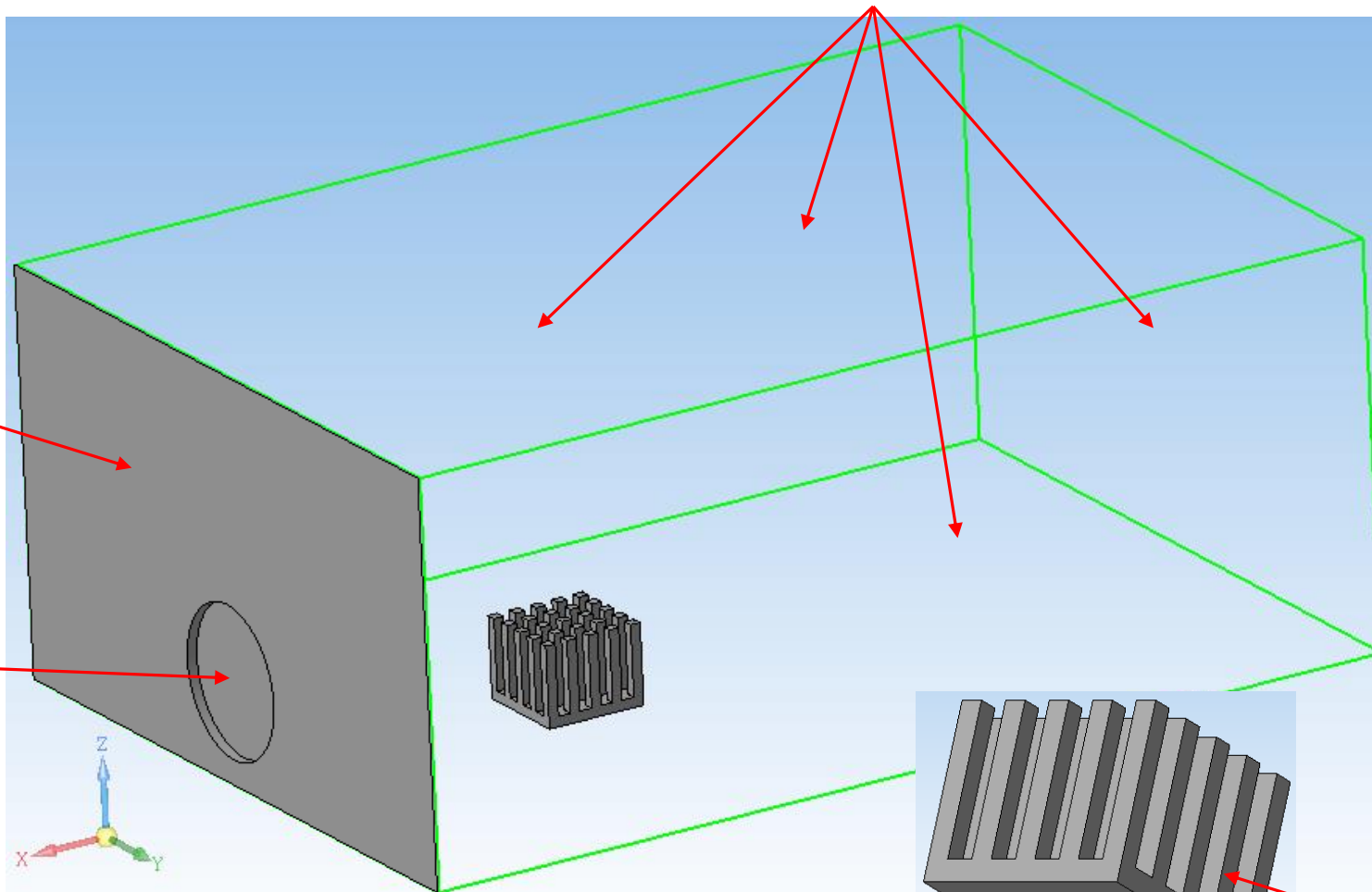
# 4. Пример расчета сопряженного теплообмена

Постановка задачи: отвод тепла с охлаждением процессора с помощью воздушного кулера

граничные условия  $P = 0 \text{ Па}$

$V_x = V_y = V_z = 0 \text{ м/с}$   
условие слипания

воздушный поток со скоростью  
 $V_x = -0.5 \text{ м/с}$   
 $V_y = 0 \text{ м/с}$   
 $V_z = 0 \text{ м/с}$   
и температурой  
 $T = 293 \text{ К}$



мощность процессора  
рассеиваемая в тепло  $HF = 25 \text{ Вт}$

физические свойства воздуха

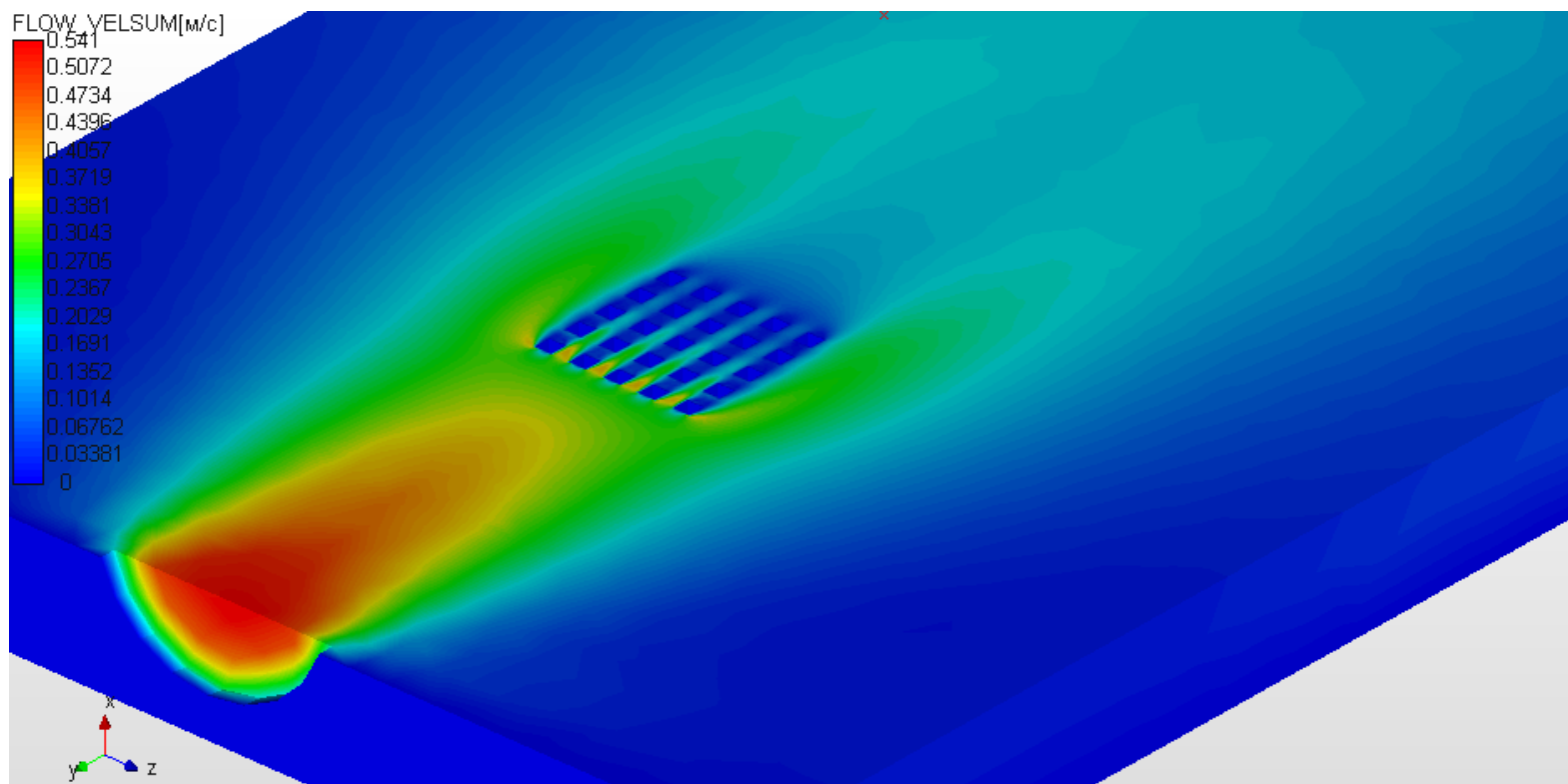
Свойства	
Свойство	Значение
<input type="checkbox"/> Плотность	
<input checked="" type="checkbox"/> Значение[кг/м <sup>3</sup> ]	1.3
<input type="checkbox"/> Вязкость	
<input checked="" type="checkbox"/> Значение[Па*с]	2e-05
<input type="checkbox"/> Удельная теплоемкость	
<input checked="" type="checkbox"/> Значение[Дж/(кг*К)]	1000
<input type="checkbox"/> Теплопроводность	
<input checked="" type="checkbox"/> Значение[Вт/(м*К)]	0.022

физические свойства алюминия

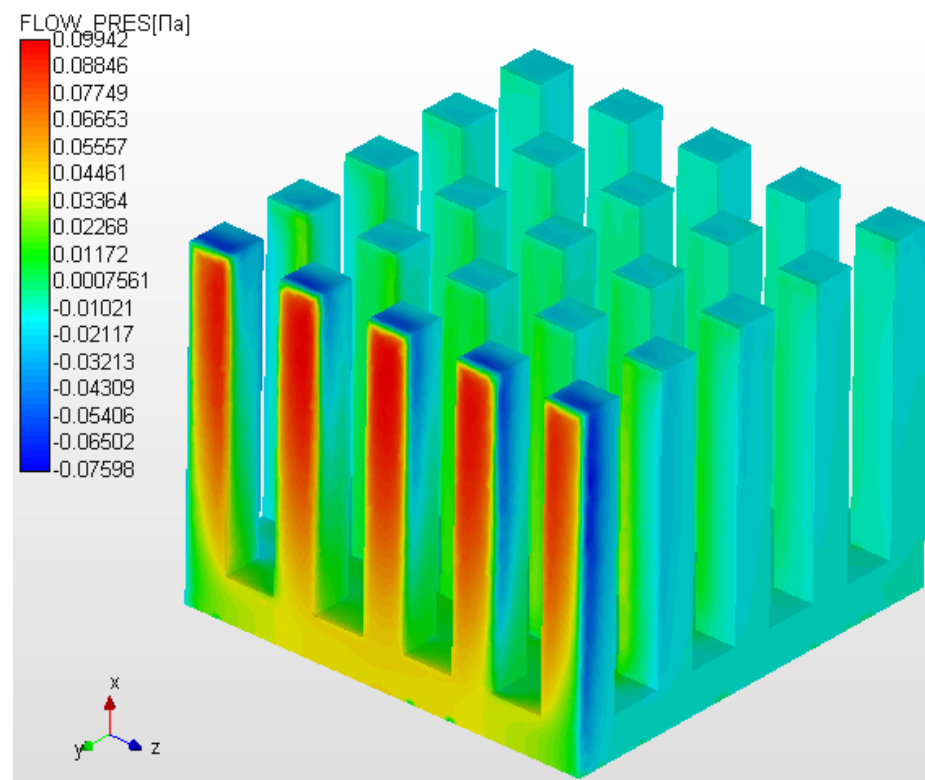
Свойства	
Свойство	Значение
<input type="checkbox"/> Удельная теплоемкость	
<input checked="" type="checkbox"/> Значение[Дж/(кг*К)]	900
<input type="checkbox"/> Теплопроводность	
<input checked="" type="checkbox"/> Значение[Вт/(м*К)]	200

$V_x = V_y = V_z = 0 \text{ м/с}$   
условие слипания

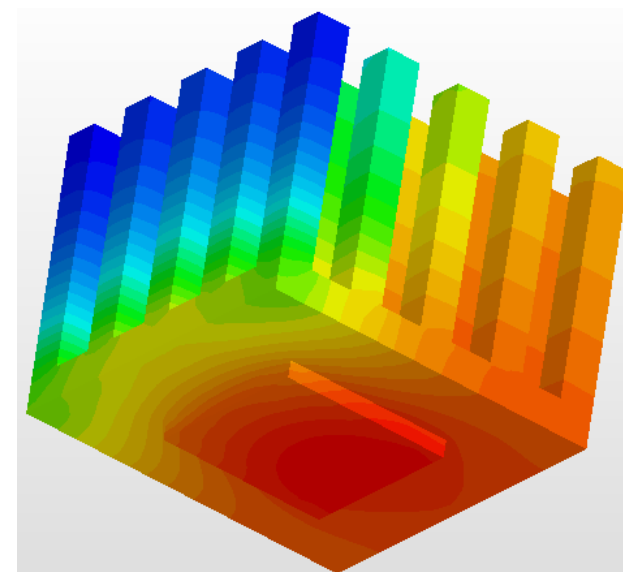
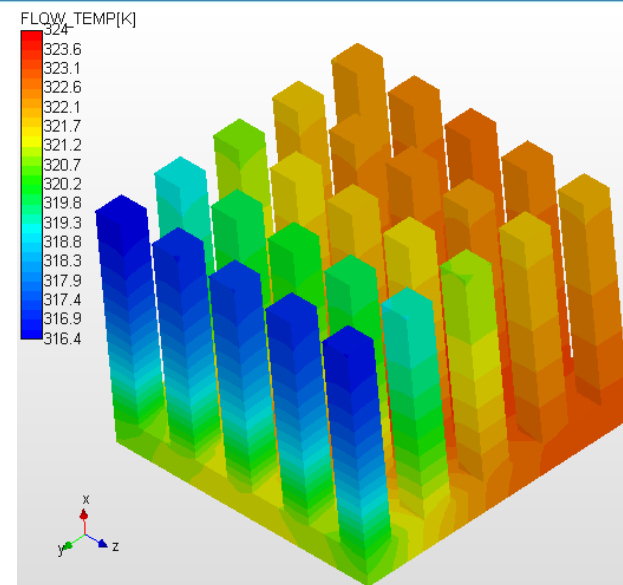
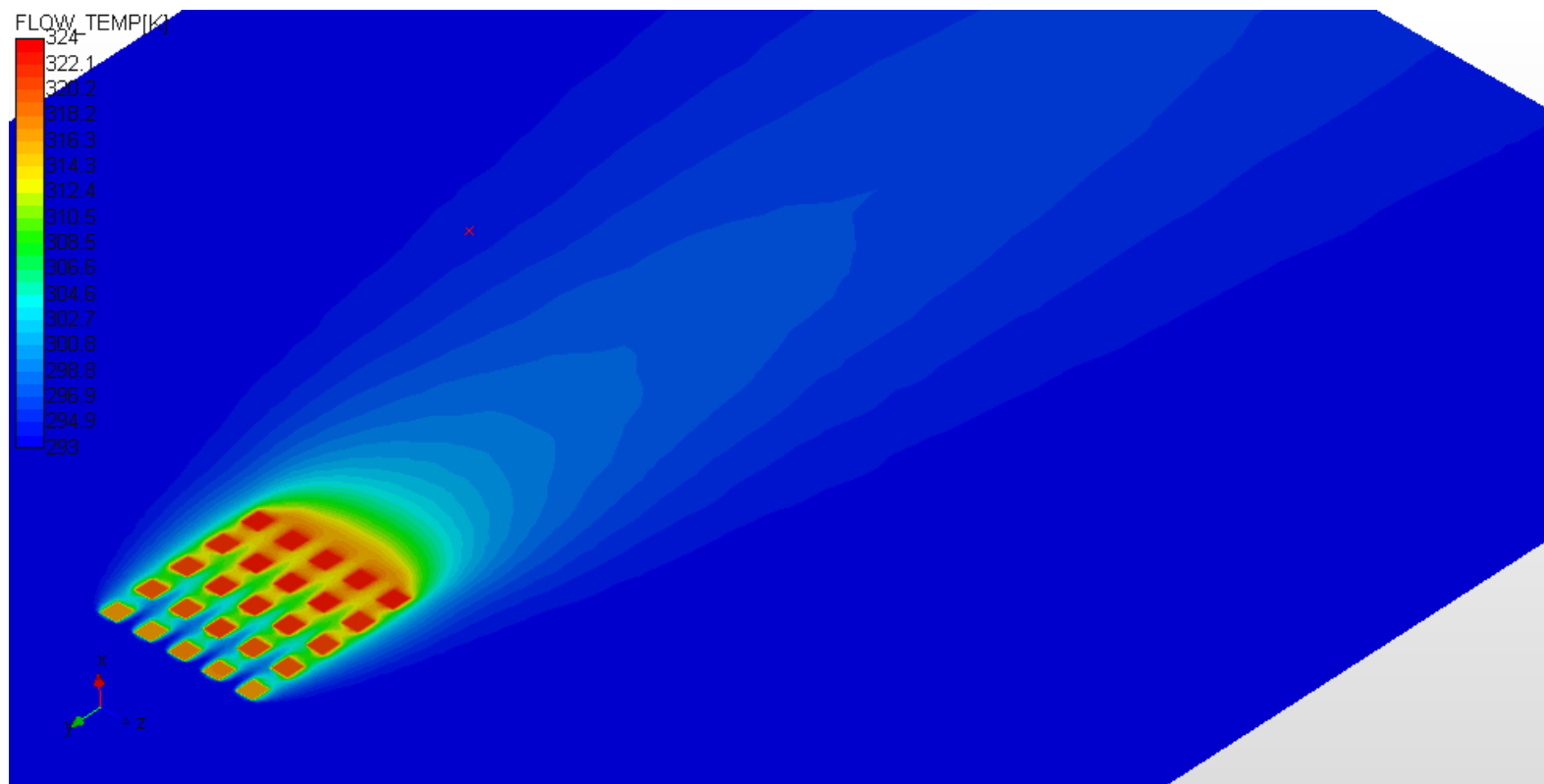
поле скоростей



поле давлений



## поля температур



- Реализация граничного условия "Расход", которое представлено в вариантах "объемного расхода" или "массового расхода" и может быть задано на поверхности в виде удельных или суммарных величин.
- Реализация функционала "Подвижная стенка" в граничном условии "Скорость".
- Реализация задания "нормальных/относительных условий".
- Реализация отрисовки векторных карт на узлах модели.
- Ускорение генерации граничных условий в APM Studio.
- Реализация функционала для работы с результатами, в том числе и в процессе расчета; в частности, реализована возможность учета ранее полученных результатов в качестве исходных для вновь проводимого анализа течений Навье-Стокса.
- Автоматическая генерация КЭ сетки среды вовне и внутри детали в APM Studio.
- Реализация расчета напряженно-деформированного состояния для твердых тел с использованием ранее полученных результатов анализа течений Навье-Стокса (полей давлений и/или температур) в качестве нагрузок.
- Новая разновидность контактной зоны: совпадающие сетки



Параметры разбиения твердотельной модели

Алгоритм разбиения на объемные элементы

- ☒ Автовыбор
- ☐ Модифицированный алгоритм Делоне
- ☐ Заполнение внутренней + алгоритм Делоне

Тип объемных элементов

- ☒ 4-узловые тетраэдры
- ☐ 8-узловые гексаэдры
- ☐ 10-узловые тетраэдры
- ☐ 20-узловые гексаэдры
- ☒ Учет кривизны границы

200 Максимальная длина стороны элемента

1 Максимальный коэффициент сгущения на поверхности

1.5 Коэффициент разрежения в объеме

Погружение: Параллелепипед

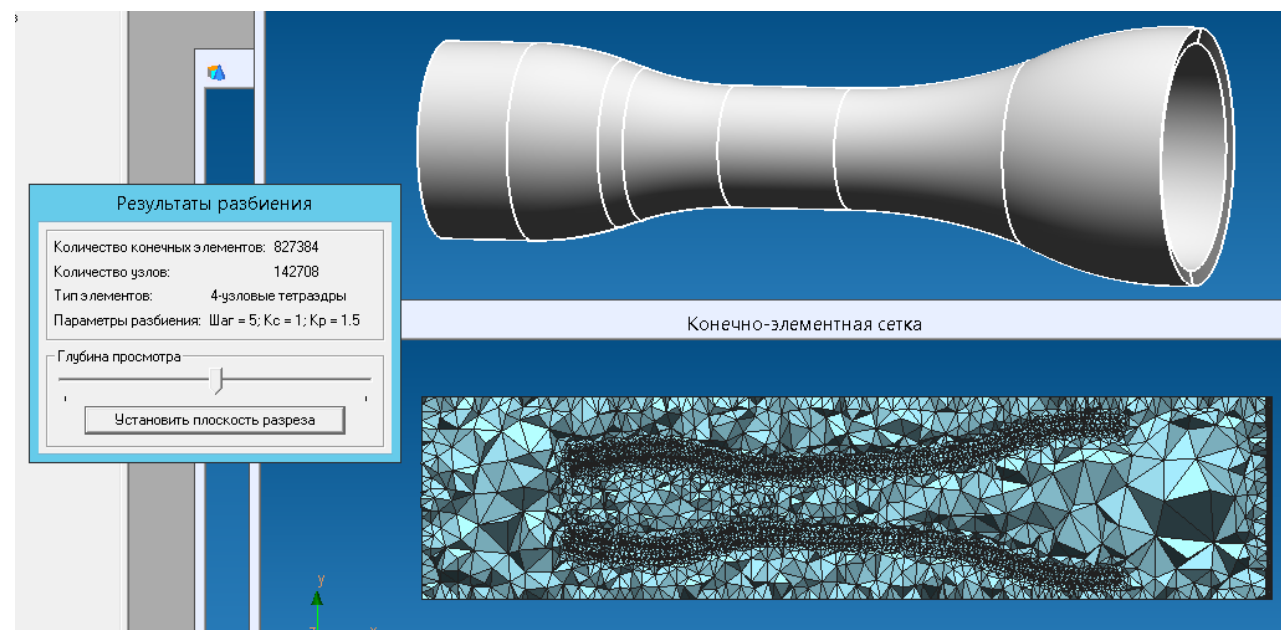
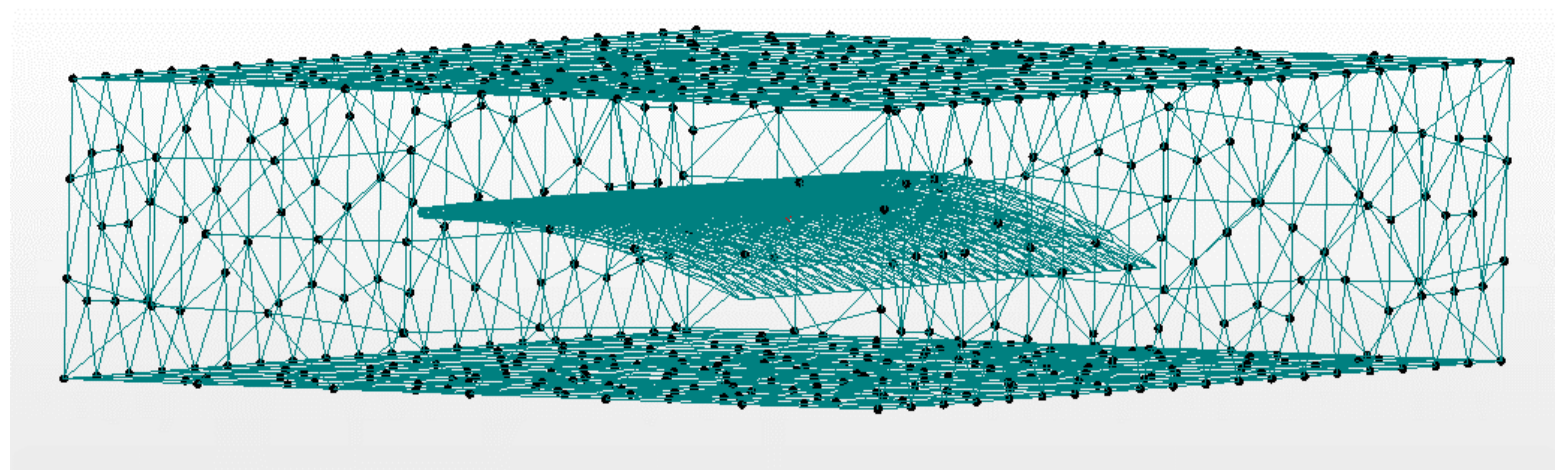
Материал: Воздух

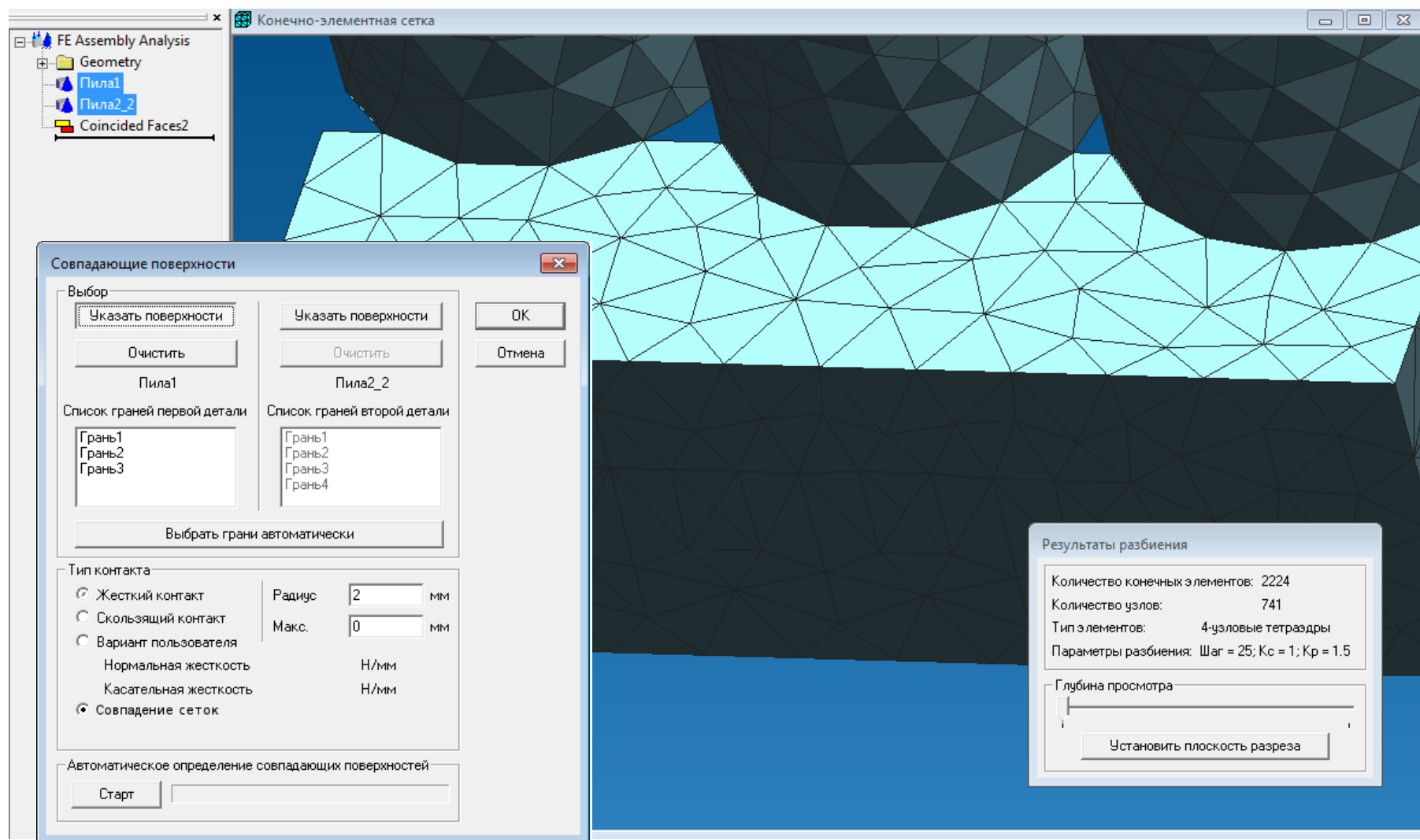
Максимальная длина стороны элемента: 400

Центр: X: 28.926677258 Y: 106.49440092 Z: 2500

Длина: 2355.3666137 Высота: 2182.0877495 Ширина: 6500

OK Отмена Дополнительно...





## расчетная модель и граничные условия

### Граничные условия течений

(принудительный приток/отток воздуха):

- объемный расход 550 м<sup>3</sup>/ч, сечение 200x300 мм;
- объемный расход 50 м<sup>3</sup>/ч, сечение d100 мм;
- объемный расход 50 м<sup>3</sup>/ч, сечение d100 мм;
- объемный расход 150 м<sup>3</sup>/ч, сечение d160 мм;
- объемный расход 300 м<sup>3</sup>/ч, сечение 200x200 мм.

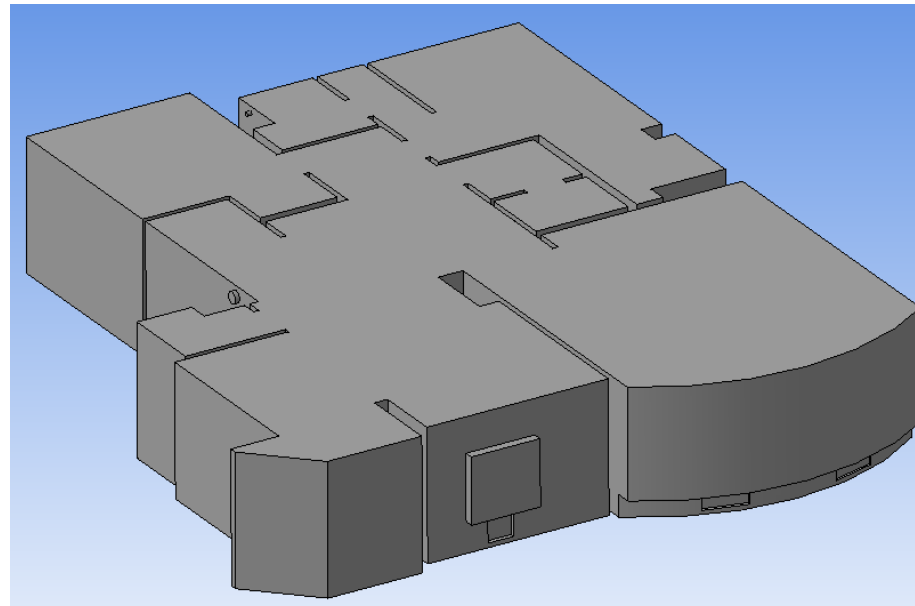
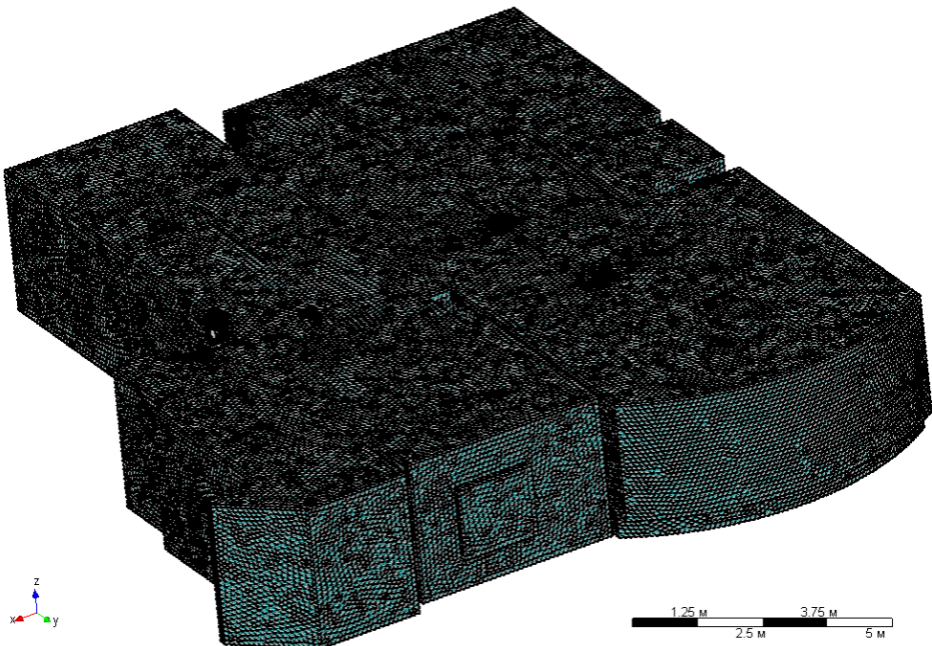
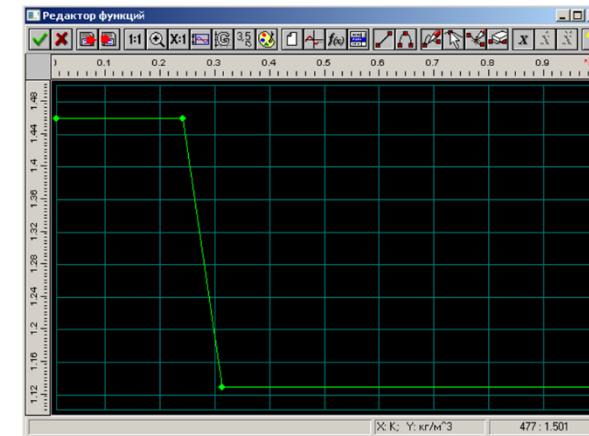
### Термические граничные условия:

- температура приточного воздуха +20 С;
- температура на улице -32 С;
- температуры радиаторов отопления +40 С и +65 С;
- сопротивление теплопередачи:  
 витраж 1: 0.8 м<sup>2</sup>\*С/Вт;  
 витраж 2: 0.5 м<sup>2</sup>\*С/Вт;  
 окон 0.7 м<sup>2</sup>\*С/Вт;  
 внешних стен 2.8 м<sup>2</sup>\*С/Вт.

### физические свойства воздуха

Свойство	Значение
<input type="checkbox"/> Плотность	
<input checked="" type="checkbox"/> Значение[кг/м <sup>3</sup> ]	График
<input type="checkbox"/> Вязкость	
<input checked="" type="checkbox"/> Значение[Па*с]	2e-05
<input type="checkbox"/> Удельная теплоемкость	
<input checked="" type="checkbox"/> Значение[Дж/(кг*К)]	1000
<input type="checkbox"/> Теплопроводность	
<input checked="" type="checkbox"/> Значение[Вт/(м*К)]	0.03

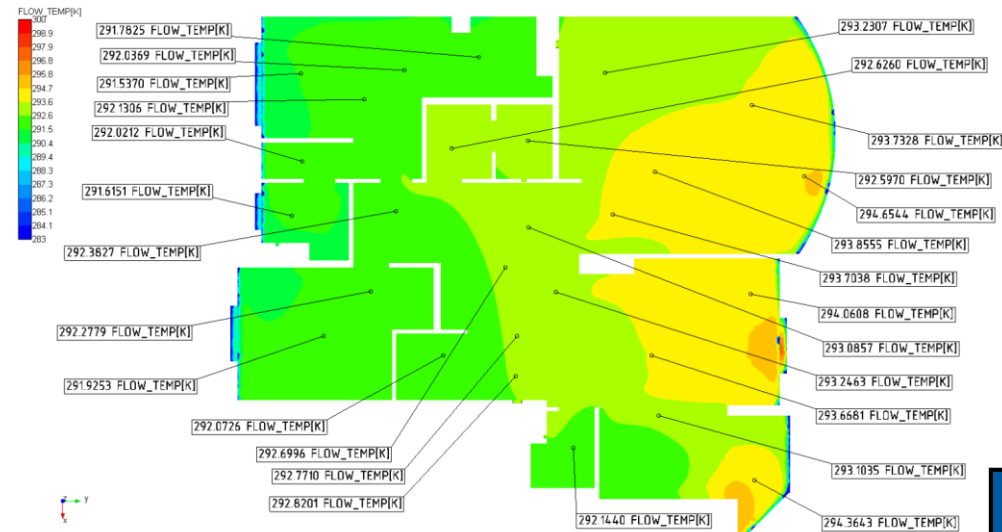
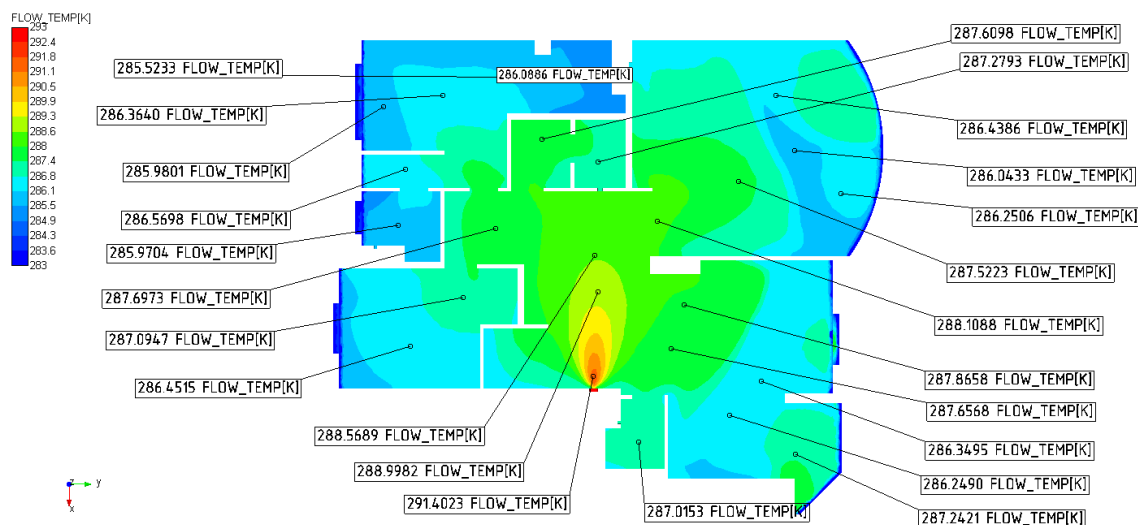
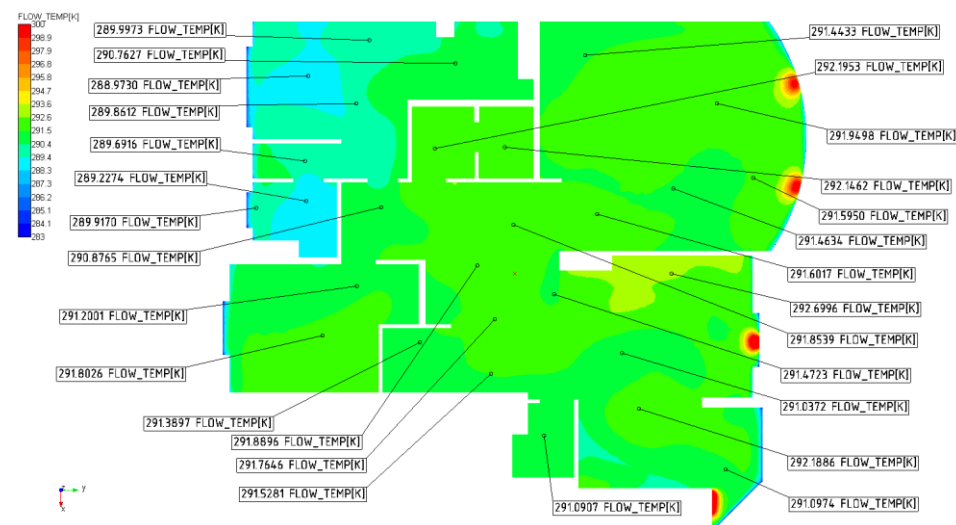
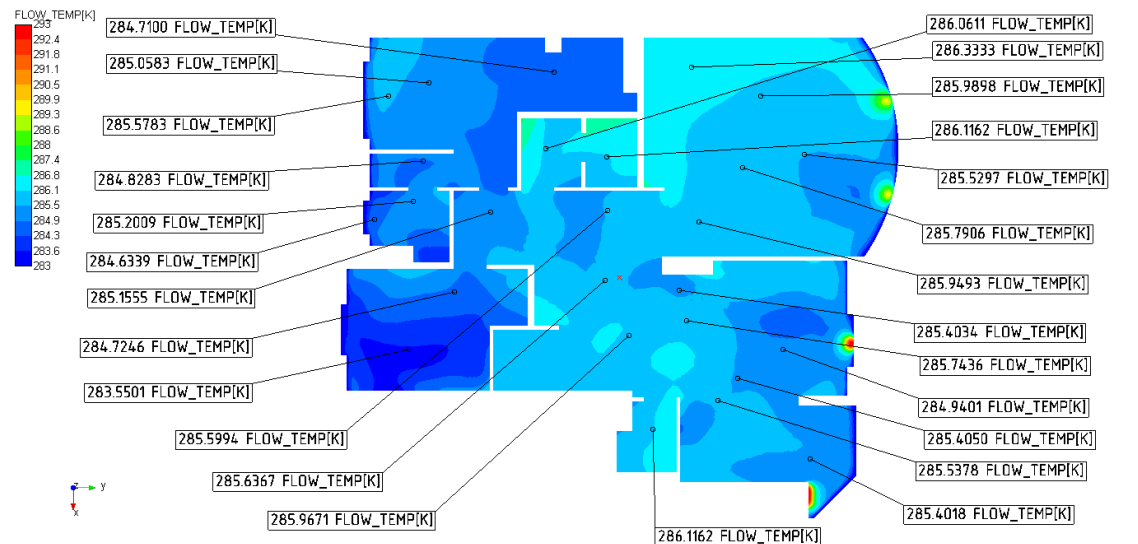
### график зависимости плотности от температуры



температура радиаторов 40C

поля температур

температура радиаторов 65C



в уровне 1м.

в уровне 2м.

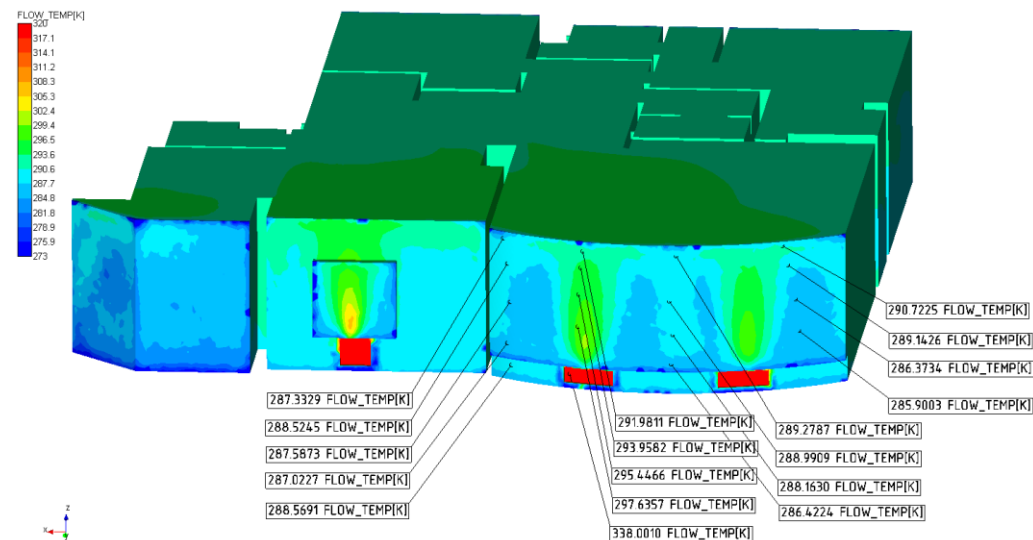
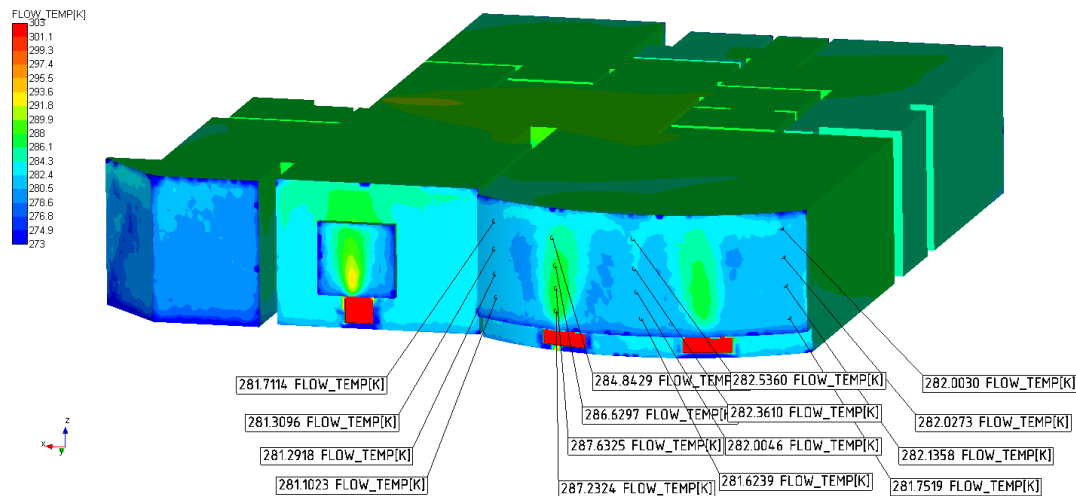


температура радиаторов 40C

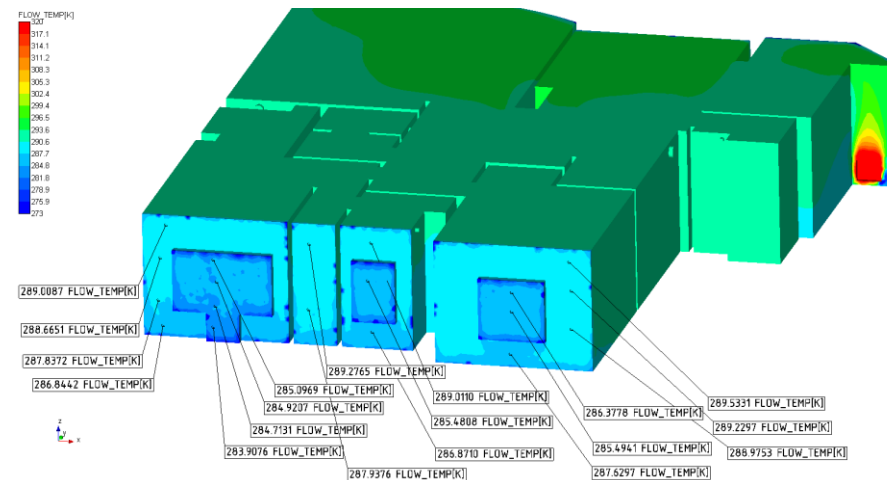
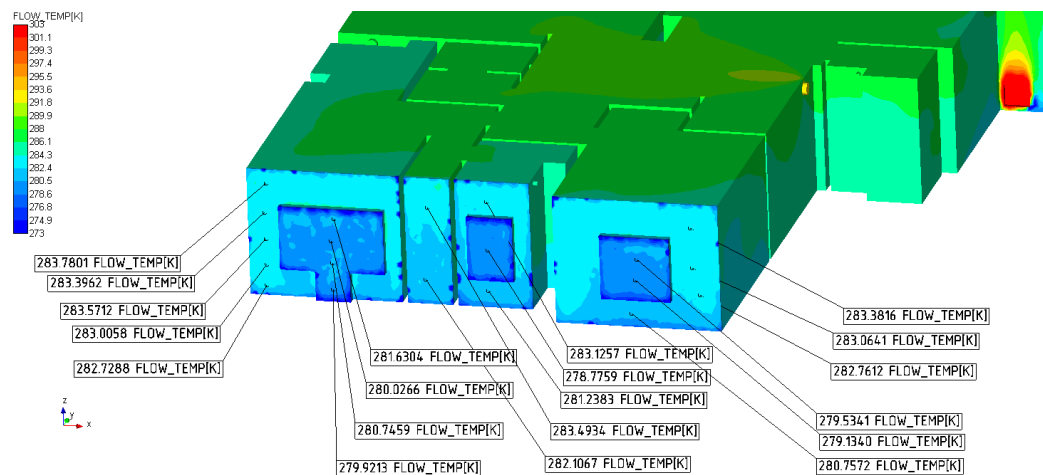
поля температур

температура радиаторов 65C

главный  
фасад с  
остеклением  
в пол



задний  
дворовый  
фасад





Компания НТЦ «АПМ» (научно-технический центр)

Московская область, г. Королев Октябрьский бульвар, д. 14, офис 6

Тел.: +7 (495) 120-58-10

Internet: [www.apm.ru](http://www.apm.ru), [www.cae.apm.ru](http://www.cae.apm.ru)

E-mail: [com@apm.ru](mailto:com@apm.ru)

