

Расчетные геометрические зависимости		
Начальный диаметр	шестерни	$d_{w1} = \frac{2a_w}{u \pm 1}$
	колеса	$d_{w2} = \frac{2a_w u}{u \pm 1}$
Коэффициент воспринимаемого смещения		$y = \frac{a_w - a}{m_n}$
Коэффициент уравнивающего смещения		$\delta_y = x_2 \pm x_1 - y$
Диаметр вершин зубьев	шестерни	$d_{a1} = d_1 + 2m_n(h_a^* + x_1 - \delta_y)$
	колеса	$d_{a2} = d_2 + 2m_n(h_a^* + x_2 - \delta_y)^{**}$
Диаметр впадин	шестерни	$d_{f1} = d_1 - 2m_n(h_a^* + c^* - x_1)$
	колеса	$d_{f2} = d_2 - 2m_n(h_a^* + c^* - x_2)^{**}$
Высота зуба	шестерни	$h_1 = 0,5(d_{a1} - d_{f1})$
	колеса	$h_2 = 0,5(d_{a2} - d_{f2})$

*) здесь и далее в таблице знак «+» относится к случаю наружного зацепления, а «-» — внутреннего.

**) при изготовлении реального внутреннего зацепления прямозубых передач необходимо учитывать параметры инструмента (долбяка), поэтому в этом смысле формулы для определения диаметров вершин зубьев и впадин являются приближенными; более точные приближенные формулы для определения d_{a2} и d_{f2} имеют вид

$$d_{a2} = d_2 - 2(h_a^* - x_2 + \delta_y - k)m, \text{ где } k = 0,25 - 0,125x_2 \text{ при } x_2 < 2;$$

$$k = 0 \text{ при } x_2 \geq 2;$$

$$d_{f2} \approx 2a_w + d_{a1} + 2cm.$$

7.1.2. Силовой расчет цилиндрических зубчатых передач

Силы, действующие в зацеплении цилиндрических зубчатых колес.

С практической точки зрения важным является вопрос об определении сил, действующих в зубчатом зацеплении, так как картина силового взаимодействия в контакте зубьев является основой для прочностного расчета зубчатых передач (под прочностным понимают расчет контактной прочности и прочности на изгиб). Кроме того, знание значений сил, действующих в зацеплении, необходимо при расчете валов, подшипников и других деталей, сопряженных с зубчатыми колесами.

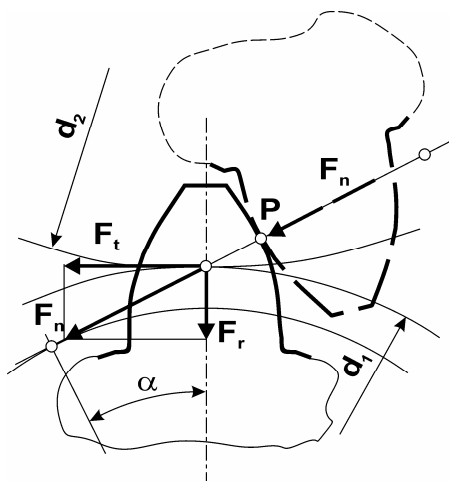


Рис. 7.1.13

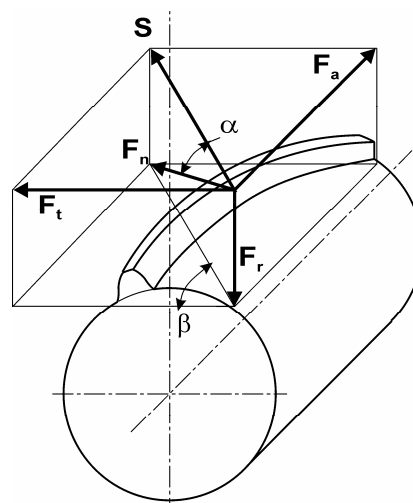


Рис. 7.1.14

Заметим, что при проведении прочностного анализа можно принимать $d_w \approx d$, $\alpha_w \approx \alpha$, поскольку такая замена, как нетрудно убедиться прямыми вычислениями, не вносит существенных погрешностей в расчеты зубчатых колес и связанных с ними деталей. Поэтому в дальнейшем, если противное не оговорено особо, все расчеты, кроме геометрических, будем проводить для делительной окружности колеса.

Рассмотрим контакт двух зубьев *прямозубых колес* (рис. 7.1.13). В контакте приложена сила \vec{F}_n , нормальная к поверхности зубьев, которая направлена вдоль линии зацепления. Эта сила может быть разложена на две составляющие, \vec{F}_t и \vec{F}_r , первая из которых является касательной к основной окружности и называется *окружной*, а вторая направлена по радиусу к центру вращения и называется *радиальной*. Очевидно, что модули этих составляющих связаны между собой соотношением

$$F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha. \quad (7.1.55)$$

Окружную силу F_t удобно записать через передаваемый зацеплением момент:

$$F_t = \frac{2T_1 \cdot 10^3}{d_1} = \frac{2T_2 \cdot 10^3}{d_2}, \quad (7.1.56)$$

где T_1 (T_2) — момент вращения на шестерне (колесе) диаметром начальной окружности d_1 (d_2), связанный с мощностью P_1 (P_2) и частотой вращения n_1 (n_2) соотношением (6.6):

$$T_1 = \frac{9550 P_1}{n_1}; \quad T_2 = \frac{9550 P_2}{n_2}.$$

В случае *косозубых колес* нормальная сила \vec{F}_n может быть разложена на три взаимно перпендикулярных направления (рис. 7.1.14). Здесь:

F_t — окружная составляющая общей силы,

F_a — осевая составляющая (направленная вдоль оси колеса),

F_r — радиальная составляющая,

S — проекция полной нормальной силы на горизонтальную плоскость.

Выразим каждую из составляющих результирующей силы через параметры, удобные для практических вычислений. Очевидно, что

$$S = \frac{F_t}{\cos \beta}; \quad F_a = F_t \operatorname{tg} \beta; \quad F_r = S \operatorname{tg} \alpha = \frac{F_t \operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta}. \quad (7.1.57)$$

Распределение нагрузки в зубчатых передачах. При проектировании зубчатых передач необходимо знать не только значения действующих в зацеплении сил, но и характер их распределения по длине зуба, т. к. расчет прочности зуба колеса выполняется для наиболее нагруженных участков.

Если предположить, что находящиеся в контакте зубья подвержены только контактными деформациям, а другие детали, прямо или косвенно сопряженные с зубчатой парой, являются абсолютно жесткими, то при условии отсутствия погрешностей изготовления этих деталей распределение давления вдоль контактной линии можно считать равномерным. При этом в случае, когда в зацеплении находится только один зуб, выражение для определения величины удельного нормального давления q_n записывается как

$$q_n = \frac{F_n}{b} = \frac{F_t}{b \cos \alpha}. \quad (7.1.58)$$

Однако в действительности равномерное распределение давления по длине зуба в реальном зацеплении маловероятно. Связано это с тем, что жесткость зубьев переменна по длине. Кроме того, имеет место различная деформация подшипников, валов, элементов корпуса и т. д. Все это приводит к неравномерному распределению давления. Учесть такую неравномерность можно введением некоторых поправочных коэффициентов. Аналогичные поправочные коэффициенты целесообразно применять для учета динамического фактора, влияющего на величину давления на зуб, а также при описании неравномерности нагружения зубьев (последнее относится к многопарным зацеплениям). Рассмотрим эти поправочные коэффициенты подробнее.

а) Коэффициент концентрации нагрузки по контактными напряжениям $K_{H\beta}$. Под коэффициентом концентрации нагрузки $K_{H\beta}$ понимается отношение величины наибольшего давления q_{\max} в контакте зубьев к величине среднего давления q_m , полученного в предположении его равномерного распределения по длине (рис. 7.1.15):

$$K_{H\beta} = q_{\max} / q_m. \quad (7.1.59)$$

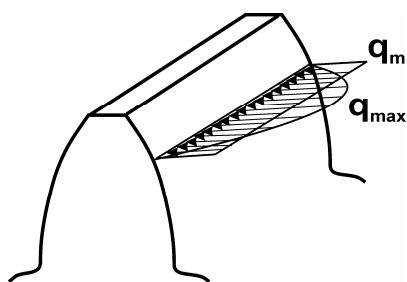


Рис. 7.1.15

Введем далее геометрический коэффициент $\psi_{bd} = b/d_1 < 1,6$. Тогда полученные в виде номограмм результаты экспериментальных исследований, выполненных с целью определения коэффициента концентрации, можно представить в виде таблицы удобных для дальнейших численных расчетов приближенных формул (табл. 7.1.4). Еще раз подчеркнем, что приведенные в табл. 7.1.4 формулы являются приближенными, поэтому при наличии более

достоверных данных следует использовать именно их.

Таблица 7.1.4. Коэффициент концентрации нагрузки $K_{H\beta}$

Размещение шестерни относительно опор	$HRC \geq 35$	$HRC < 35$
	$1,0 < \psi_{bd} < 1,6$	
Консольное	$1,0 + 0,766\psi_{bd}$	$1,0 + 0,3466\psi_{bd}$
Асимметричное	$1,0 + 0,275\psi_{bd}$	$1,0 + 0,1275\psi_{bd}$
Симметричное	$1,0 + 0,1388\psi_{bd}$	$1,0 + 0,0086\psi_{bd}$
	$\psi_{bd} < 1,0$	
Консольное	$1,0 + 0,766\psi_{bd}$	$1,0 + 0,4466\psi_{bd}$
Асимметричное	$1,0 + 0,275\psi_{bd}$	$1,0 + 0,1\psi_{bd}$
Симметричное	$1,0 + 0,052\psi_{bd}$	$1,0 + 0,0373\psi_{bd}$

Отметим также, что более строгий расчет коэффициента концентрации чрезвычайно сложен и не всегда оправдан, поскольку он включает в себя решение контактной задачи методом конечных элементов с учетом жесткости сопряженных деталей и точности их изготовления.

б) Коэффициент концентрации нагрузки по напряжениям изгиба $K_{F\beta}$. В отличие от расчета контактных напряжений, когда наибольшие давления напрямую зависят от коэффициента концентрации $K_{H\beta}$, на определение напряжений изгиба характер распределения давлений влияет косвенно. Учесть это обстоятельство можно введением условного коэффициента концентрации нагрузки по напряжениям изгиба $K_{F\beta}$. По аналогии с расчетом на контактную прочность значение коэффициента концентрации напряжений изгиба можно определить, пользуясь таблицей 7.1.5.

Таблица 7.1.5. Коэффициент концентрации нагрузки $K_{F\beta}$

Размещение шестерни относительно опор	$HRC \geq 35$	$HRC < 35$
	$1,0 < \psi_{bd} < 1,6$	
Консольное	$1,0 + 1,2\psi_{bd}$	$1,0 + 0,733\psi_{bd}$
Асимметричное	$1,0 + 0,417\psi_{bd}$	$1,0 + 0,294\psi_{bd}$
Симметричное	$1,0 + 0,265\psi_{bd}$	$1,0 + 0,125\psi_{bd}$
	$\psi_{bd} < 1,0$	
Консольное	$1,0 + 1,2\psi_{bd}$	$1,0 + 1,1\psi_{bd}$
Асимметричное	$1,0 + 0,42\psi_{bd}$	$1,0 + 0,22\psi_{bd}$
Симметричное	$1,0 + 0,155\psi_{bd}$	$1,0 + 0,07\psi_{bd}$

с) Коэффициент динамичности нагрузки по контактным напряжениям K_{Hv} . К числу важных факторов, влияющих на величину нагрузки на зуб, следует отнести динамический. Очевидно, что по мере возрастания скорости вращения неравномерность вращения зубчатой пары увеличивается, т. к. сказываются неизбежные погрешности изготовления деталей. В свою очередь, изменение скорости вращения является причиной появления ускорений и, как следствие этого, возникновения динамических сил. Следовательно, на величину динамической составляющей нагрузки основное влияние оказывают точность изготовления и окружная скорость в контакте зубчатых колес.

Следует подробнее остановиться на описании степени точности зубчатого зацепления Np , которая напрямую зависит от многих факторов. Степень точности характеризуется классом, или качеством, причем чем выше степень точности, тем меньше значение класса. Наивысшая точность обеспечивается эталонным нулевым классом. Реальные передачи изготавливаются с классом точности не выше 4-го.

Различают *кинематическую точность*, которая определяет отклонение угла поворота колеса от расчетного значения (кинематическая точность особенно важна при проектировании высокоточных передач, следящих систем и т. п.), *ошибку плавности*, описывающую величину колебания скорости, точность по *пятну контакта* для передач больших нагрузок, и точность получения *бокового зазора*. Каждая из ошибок точности может иметь свое значение, но при изготовлении зубчатого зацепления обычно задается равная степень по всем видам точности.

Если степень точности передачи не оговорена заранее, то она может быть представлена как функция скорости. Ниже приведены рекомендации по выбору степени точности изготовления зубчатых передач:

$$Np = \text{int}(10,1 - 0,2v) \quad \text{при } \beta = 0, \quad (7.1.60)$$

$$Np = \text{int}(10,1 - 0,12v) \quad \text{при } \beta > 0, \quad (7.1.61)$$

где int — целая часть действительной переменной, v — окружная скорость вращения. Формулы (7.1.60—7.1.61) справедливы в диапазоне точности $Np = 5 \div 8$.

Числовой характеристикой динамической составляющей нагрузки является коэффициент динамичности нагрузки по контактным напряжениям K_{Hv} , под которым понимают отношение фактической силы в контакте, дополненной динамической компонентой ΔF_d , т. е. $F + \Delta F_d$, к средней нагрузке при статическом нагружении F :

$$K_{Hv} = \frac{F + \Delta F_d}{F}. \quad (7.1.62)$$

Выражение (7.1.62) для коэффициента динамичности нагрузки можно переписать в иной форме, а именно

$$K_{Hv} = 1 + \frac{\Delta F_d}{F_t K_{H\beta}} = 1 + \frac{\omega_{Hv} b d_1}{2T_1 \cdot 10^3 K_{H\beta}}, \quad (7.1.63)$$

где ω_{Hv} — удельная окружная динамическая сила (т. е. сила, приходящаяся на единицу длины зуба), величина которой определяется по эмпирической формуле

$$\omega_{Hv} = \delta_H g_{OH} v \sqrt{\frac{a}{u}} \leq \omega_{\max}. \quad (7.1.64)$$

d) Коэффициент динамичности нагрузки по напряжениям изгиба K_{Fv} . По аналогии с (7.1.63) запишем

$$K_{Fv} = 1 + \frac{\Delta F_d}{F_t K_{F\beta}} = 1 + \frac{\omega_{Fv} b d_1}{2T_1 \cdot 10^3 K_{F\beta}}; \quad (7.1.65)$$

$$\omega_{Fv} = \delta_F g_{OF} v \sqrt{\frac{a}{u}} \leq \omega_{\max}. \quad (7.1.66)$$

В (7.1.64) и (7.1.66) δ_H и δ_F — зависящие от геометрии зубчатого зацепления и твердости колеса коэффициенты, значения которых приведены в таблице 7.1.6а (как следует из табл. 7.1.6а, δ_F не зависит от твердости поверхности.); g_{OH} и g_{OF} — некоторые функции точности изготовления и модуля, которые учитывают влияние погрешности шагов (табл. 7.1.6б).

Таблица 7.1.6а. Коэффициенты δ_H и δ_F

	$H1 < 350HB$ или $H2 < 350HB$	$H1 > 35HRC$ и $H2 > 35HRC$
Прямозубые колеса	$\delta_H = 0,006$, $\delta_F = 0,016$	$\delta_H = 0,014$, $\delta_F = 0,016$
Косозубые колеса	$\delta_H = 0,002$, $\delta_F = 0,006$	$\delta_H = 0,004$, $\delta_F = 0,006$

В таблице 7.1.6а под Н1 и Н2 подразумевается твердость поверхности зуба шестерни и колеса соответственно.

Полученные с помощью (7.1.64) и (7.1.66) значения ω_{Hv} и ω_{Fv} не должны превышать величину ω_{\max} :

$$\omega_{\max} = (4Np - 15)m + 0,1Np^{0,4}. \quad (7.1.67)$$

Таблица 7.1.6б. Коэффициенты $g_O = g_{OF} = g_{OH}$

Модуль m , мм	Степень точности					
	4	5	6	7	8	9
$m \leq 3,55$	17	28	38	47	56	73
$3,55 < m \leq 10$	22	31	42	53	61	82
$m > 10$	—	37	48	64	73	100

е) Коэффициенты неравномерности нагружения зубьев $K_{H\alpha}$ и $K_{F\alpha}$ (для многопарного зацепления). При многопарном зацеплении зубья зубчатых колес нагружены неравномерно, что можно учесть с помощью поправочных коэффициентов $K_{H\alpha}$ и $K_{F\alpha}$. Коэффициент неравномерности нагружения зубьев $K_{H\alpha}$ при расчетах по контактным напряжениям зависит от точности изготовления зубчатой передачи и от окружной скорости вращения колес v . Эта зависимость мало влияет на контактную прочность, и для точно изготовленных передач рассматриваемый коэффициент лежит в пределах $K_{H\alpha} = 1,0 \div 1,1$. При выполнении расчетов допустимо пользоваться его средним значением, т. е.

$$K_{H\alpha} = 1,05. \quad (7.1.68)$$

Что касается расчетов на изгиб, то значение коэффициента $K_{F\alpha}$ можно принять равным единице,

$$K_{F\alpha} = 1. \quad (7.1.69)$$

7.1.3. Причины разрушения и критерии расчета зубчатых передач

Наиболее опасной причиной разрушения зубчатых колес является поломка зуба, вызванная изгибом. Этот вид разрушения носит усталостный характер и начинается с зарождения трещины в наиболее напряженной части: у основания зуба в зоне растяжения. Размеры трещины увеличиваются и достигают таких значений, при которых происходит скол части зуба, или *излом*. Для предотвращения такого вида разрушения зубчатые колеса рассчитываются на *прочность по изгибу*.

Еще одной, самой распространенной, причиной разрушения зубчатых колес является так называемое *выкрашивание* контактной поверхности зубьев, которое

характерно для передач, работающих в условиях обильной смазки. Выкрашивание также носит усталостный характер и начинается с образования трещин на контактной поверхности зубьев, рост которых приводит к отслаиванию локальных участков поверхности. Для того чтобы избежать выкрашивания, проводят проверку *контактной прочности* передачи.

При проектировании малонагруженных передач, как металлических, так и изготовленных из неметаллических материалов, необходимо учитывать, что основной причиной нарушения их работоспособности является *износ*. Такое разрушение характерно и для открытых передач, т. е. передач, эксплуатируемых в условиях сильного загрязнения среды, и для передач, работающих при недостаточной смазке. При этом поверхность зуба истирается, а сам зуб истончается и может разрушиться из-за потери прочности. Методика расчета износостойкости таких передаточных механизмов до настоящего времени не разработана, поэтому для определения их основных геометрических размеров проводят расчет прочности на изгиб. Скорость износа при этом определяется соответствующим выбором величины допускаемого напряжения. Очевидно, что износ может повлиять и на другие параметры зубчатого зацепления, такие как потеря точности, повышенный шум, вибрация и т. п.

В отдельных случаях в зубчатых передачах наблюдается явление *заедания*, при котором имеет место межмолекулярное взаимопроникновение частиц зубьев колеса и шестерни из-за повышенных температур в контакте. Повышение температуры, в свою очередь, может быть вызвано большими скоростями относительного скольжения зубьев.

Расчет контактной прочности цилиндрических зубчатых передач с прямым зубом. В точке соприкосновения зубьев возникают контактные напряжения, что, в конечном итоге, приводит к усталостному разрушению контактной поверхности

зуба, которое выражается в выкрашивании этой поверхности. Главным фактором, влияющим на процесс выкрашивания, является величина наибольшего напряжения в точках контакта зубьев.

Рассмотрим случай контактного взаимодействия зубьев в полюсе зацепления, где существует наибольшая вероятность возникновения усталостных трещин (рис. 7.1.16).

Выберем следующую модель контактного взаимодействия в зацеплении: зубья представляются в виде двух цилиндров с радиусами ρ_1 и ρ_2 . При такой интерпретации для характеристики напряженного состояния можно использовать решение контактной задачи теории упругости — задачи Герца (глава 3.2).

Здесь мы приведем некоторые результаты, относящиеся к расчету напряжений в контакте зубьев. Примерная картина напряжений в точках взаимного сопряжения изображена на рис. 7.1.16.

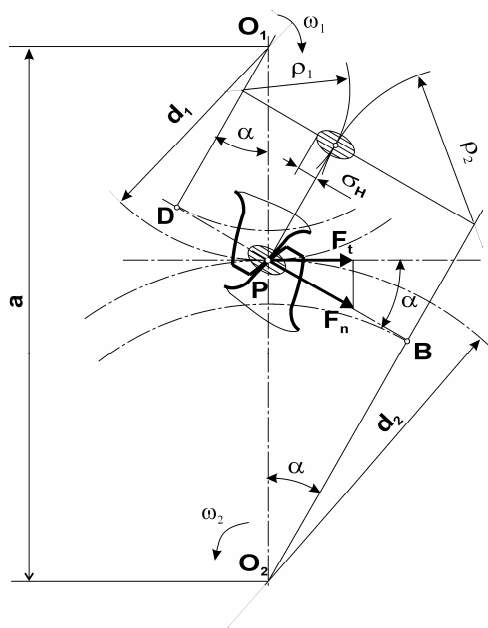


Рис. 7.1.16

Максимальное напряжение σ_H при линейном касании двух цилиндров, как следует из (3.2.17), в настоящих обозначениях равно

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{E_1 E_2}{E_1(1-\mu_2^2) + E_2(1-\mu_1^2)}} \cdot \frac{q_n}{\pi \rho}, \quad (7.1.70)$$

где E_1, E_2 и μ_1, μ_2 — соответственно модули упругости и коэффициенты Пуассона материалов зубчатых колес; q_n — нормальная нагрузка на единицу длины контактной линии зуба. Величина $1/\rho$ имеет смысл суммарной кривизны контактирующих цилиндров:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2}. \quad (7.1.71)$$

Здесь и далее знак “+” отвечает случаю наружного зацепления, а знак “-” — внутреннего.

Из геометрических соображений очевидно, что

$$\rho_1 = |BP| = 0,5d_1 \sin \alpha; \quad \rho_2 = |DP| = 0,5d_2 \sin \alpha. \quad (7.1.72)$$

Тогда, с учетом (7.1.72), выражение (7.1.71) для суммарной кривизны приобретает вид

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2(d_1 \pm d_2)}{d_1 d_2 \sin \alpha} = \frac{2(u \pm 1)}{d_2 \sin \alpha}; \quad u = d_2 / d_1. \quad (7.1.73)$$

Если предположить, что в зацеплении находится один зуб, т. е. зацепление однопарное, то введение с помощью (7.1.59) и (7.1.62) поправочных коэффициентов $K_{H\beta}$ и $K_{H\gamma}$ позволяет уточнить формулу (7.1.58), записав ее для наибольшей удельной нормальной нагрузки на зуб:

$$q_{n \max} = \frac{F_t K_{H\beta} K_{H\gamma}}{b \cos \alpha}. \quad (7.1.74)$$

Для многопарного зацепления величина максимального удельного давления в контакте для одной пары зубьев без учета торцевого перекрытия находится как

$$q_{n \max} = \frac{F_t K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{H\gamma}}{b \cos \alpha}. \quad (7.1.75)$$

Напомним, что определение максимального удельного давления потребовалось потому, что зарождение усталостных трещин начинается в наиболее нагруженных точках, для которых и выполняется прочностной расчет.

Подставляя далее (7.1.73) и (7.1.74) в (7.1.70), получаем выражение для расчета напряжения σ_H в контакте зубьев в случае однопарного зацепления:

$$\sigma_H = Z_M \sqrt{\frac{2F_t(u \pm 1) K_{H\beta} K_{H\gamma}}{\pi b \cos \alpha \cdot d_2 \sin \alpha}}. \quad (7.1.76)$$

Здесь Z_M — постоянная, зависящая от параметров материалов колес:

$$Z_M = \sqrt{\frac{E_1 E_2}{E_1(1 - \mu_2^2) + E_2(1 - \mu_1^2)}}. \quad (7.1.77)$$

Однако, как было показано выше, если в реальном зацеплении некоторое время в контакте находятся два зуба, то возникает торцевое перекрытие. Это явление можно учесть введением коэффициента Z_ε , учитывающего влияние перекрытия на величину напряжения в контакте. Коэффициент Z_ε является функцией величины торцевого перекрытия, и его значения могут быть определены следующим образом:

- для расчета пары косозубых колес

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}}, \quad (7.1.78)$$

- для расчета пары прямозубых колес

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}}. \quad (7.1.79)$$

Введем коэффициент ширины ψ_{ba} , равный отношению ширины колеса к межосевому расстоянию, $\psi_{ba} = b/\alpha$. Тогда, учитывая формулу (7.1.56) связи окружного усилия F_t с моментом вращения T_2 на колесе, выражение (7.1.75) можно переписать для случая многопарного зацепления, а именно

$$\sigma_H = Z_M Z_\varepsilon Z_h \sqrt{\frac{4T_2 \cdot 10^3 (u \pm 1) K_{H\beta} K_{H\nu} K_{H\alpha}}{d_2^2 \psi_{ba} a}}, \quad (7.1.80)$$

где $Z_h = \sqrt{\frac{2}{\pi \sin 2\alpha}}$ — параметр геометрии зацепления.

Отметим, что множитель 10^3 в формулах типа (7.1.80) появляется из-за соображений размерности, т. е. чтобы перевести размерность момента вращения T_2 из Н·м в Н·мм. Подставляя в (7.1.80) значение d_2 из (7.1.18), получим окончательное выражение для расчета максимального нормального напряжения в контакте зубьев зубчатых колес:

$$\sigma_H = Z_M Z_\varepsilon Z_h \sqrt{\frac{T_2 \cdot 10^3 (u \pm 1)^3 K_{H\beta} K_{H\nu} K_{H\alpha}}{a^3 u^2 \psi_{ba}}} \leq \sigma_{Ha}. \quad (7.1.81)$$

В случае, если зубчатые колеса изготовлены из стали с параметрами $E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Н}\cdot\text{мм}^{-2}$ и $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$, причем угол зацепления равен $\alpha = 20^\circ$, а

коэффициент учета перекрытия — $Z_\varepsilon = 1,0$ и $Z_\varepsilon = 0,9$ для прямозубых и косозубых колес соответственно, то формулу (7.1.81) можно переписать в следующем виде:

- для прямозубых колес —

$$\sigma_H = 11 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{T_2(u \pm 1)^3 K_{H\beta} K_{H\nu} K_{H\alpha}}{a^3 u^2 \psi_{ba}}} \leq \sigma_{Ha};$$

- для косозубых колес —

$$\sigma_H = 9 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{T_2(u \pm 1)^3 K_{H\beta} K_{H\nu} K_{H\alpha}}{a^3 u^2 \psi_{ba}}} \leq \sigma_{Ha}.$$

Напряжение σ_{Ha} в правой части выражения (7.1.81) называется *допускаемым контактным напряжением*. Оно зависит от материала колес, их термообработки, твердости поверхности зубьев колес и т. д. Подробнее этот вопрос будет рассмотрен ниже.

Выбор коэффициента ширины ψ_{ba} остается за разработчиком. При этом целесообразно пользоваться следующими рекомендациями, выработанными практикой проектирования при различном расположении шестерни относительно опор:

- $\psi_{ba} = 0,30 \div 0,50$ — симметричном;
- $\psi_{ba} = 0,25 \div 0,40$ — асимметричном;
- $\psi_{ba} = 0,20 \div 0,25$ — консольном;
- $\psi_{ba} = 0,40 \div 0,60$ — для передач шевронными колесами.

Выражение (7.1.81), представляющее собой аналитическую запись условия контактной прочности зубьев, является основой для выполнения проверочного и проектировочного расчетов контактной прочности цилиндрических зубчатых колес. Кроме того, с его помощью можно рассчитать основные геометрические размеры этих передач. Покажем это.

Выражая межосевое расстояние a из условия прочности (7.1.81) и используя усредненные значения константы материала Z_M (7.1.77), коэффициента перекрытия Z_ε (7.1.78) — (7.1.79) и параметра зацепления Z_h , для контакта металлических ($E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Н}\cdot\text{мм}^{-2}$ и $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$) прямозубых колес стандартного исходного контура ($\alpha = 20^\circ$) имеем

$$a = 495(u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{H\nu}}{\psi_{ba} u^2 \sigma_{Ha}^2}}, \quad (7.1.82)$$

а для зацепления металлическими косозубыми зубчатыми колесами —

$$a = 430(u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{H\nu}}{\psi_{ba} u^2 \sigma_{Ha}^2}}. \quad (7.1.83)$$

Знак “-” в (7.1.80) — (7.1.83), как обычно, относится к случаю внутреннего зацепления колес.

Расчет прочности зуба прямозубого колеса на изгиб. Установлено, что разрушение, приводящее к излому зуба, всегда начинается в зоне действия напряжения растяжения, причем наибольшее напряжение изгиба возникает в момент начала контакта зубьев. Поэтому все вычисления выполняем для зоны растяжения и момента начала контакта.

В качестве модели зуба выберем жестко закрепленную у основания балку, нагруженную моментом изгиба M_x и сжимающей нормальной силой F_n (рис. 7.1.17а). Предположим также, что нагрузка полностью воспринимается только одним зубом и действует статически. Это в данном случае означает, что коэффициент перекрытия считается равным единице, причем при фактической работе передачи не возникает динамических нагрузок.

Сечение зуба у основания представляет собой прямоугольник (рис. 7.1.17б), ширину которого обозначим через s , а длину — через b , так что его площадь равна $A = sb$. Такое сечение, с точки зрения прочности, называется *опасным сечением*. Заметим, что размеры s и b можно трактовать как толщину зуба и ширину колеса соответственно.

Если угол наклона силы F_n относительно основания зуба обозначить через α_α (угол давления), а высоту зуба — как h' , то величина момента изгиба M_x относительно этого основания равна

$$M_x = F_n h' \cos \alpha_\alpha. \quad (7.1.84)$$

Величина угла давления α_α принимается равной $28^\circ \div 30^\circ$. Изгибающий момент вызывает появление напряжения растяжения у основания зуба, которое достигает максимальной величины σ_F (без учета концентраторов) на внешней поверхности основания:

$$\sigma_F = \frac{F_n h' \cos \alpha_\alpha}{W_x} - \frac{F_n \sin \alpha_\alpha}{A}, \quad (7.1.85)$$

где $\frac{F_n \sin \alpha_\alpha}{A}$ — напряжение сжатия, вызванное радиальной составляющей нор-

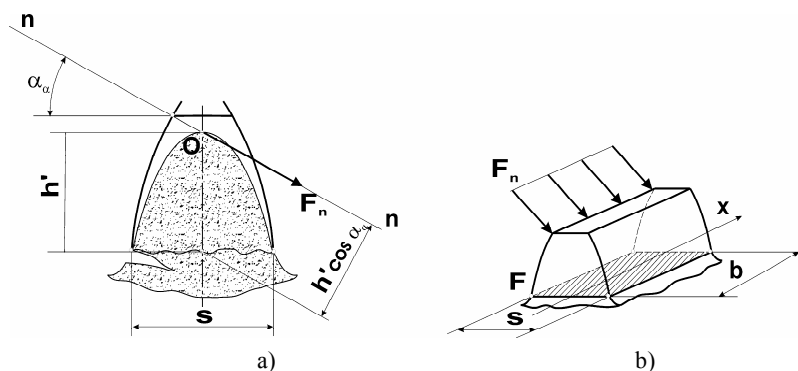


Рис. 7.1.17

мальной силы в опасном сечении зуба; $W_x = \frac{bs^2}{6}$ — момент сопротивления поперечного сечения зуба у его основания. Подставляя (7.1.84) в (7.1.85) и принимая во внимание, что нормальное удельное давление согласно (7.1.58) равно $q_n = \frac{F_n}{b}$, получаем

$$\sigma_F = q_n \left(\frac{6h' \cos \alpha_\alpha}{s^2} - \frac{\sin \alpha_\alpha}{s} \right). \quad (7.1.86)$$

Геометрически толщина зуба s и его высота h' пропорциональны модулю m , т. е.

$$s = m\eta; \quad h' = m\chi. \quad (7.1.87)$$

Здесь η и χ — коэффициенты пропорциональности. С учетом (7.1.87) выражение (7.1.86) принимает вид

$$\sigma_F = \frac{q_n}{m} \left(\frac{6\chi \cos \alpha_\alpha}{\eta^2} - \frac{\sin \alpha_\alpha}{\eta} \right). \quad (7.1.88)$$

Расчет усталостной прочности на изгиб, также как и расчет контактной прочности, выполняется по наибольшим напряжениям, поскольку, как уже отмечалось выше, зарождение приводящей к разрушению усталостной трещины начинается в наиболее нагруженных точках зуба. В этой связи в расчетную формулу (7.1.88) следует вместо нормального удельного давления q_n подставлять значение наибольшего нормального удельного давления $q_{n\max}$. Кроме того, помимо нормальных напряжений у основания зуба действуют местные, значительно превышающие первые. Влияние местных напряжений учитывается теоретическим коэффициентом концентрации напряжений α_σ , равным отношению наибольшего местного напряжения и наибольшего нормального. В качестве примера на рис. 7.1.18 показано рассчитанное МКЭ распределение напряжений, в том числе и местных, по поверхности зуба. Заметим, что с помощью МКЭ можно определить величину коэффициента концентрации напряжений у основания зуба.

Учет отклонений от выбранной идеальной модели осуществляется точно таким же образом, как и при расчете контактной прочности. Так, неравномерность распределения давления по длине зуба описывается коэффициентом концентрации по изгибу $K_{F\beta}$, динамичность приложения нагрузки — коэффициентом динамичности нагрузки по изгибу K_{Fv} . В случае многопарного зацепления неравномерность распределения нагрузки по зубьям учиты-

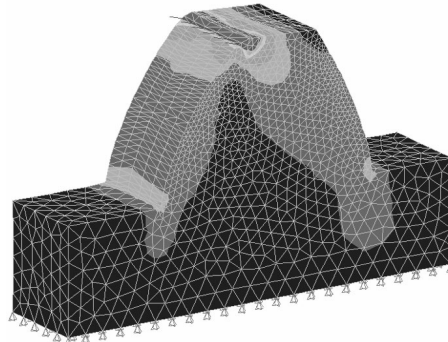


Рис. 7.1.18

вается введением коэффициента $K_{F\alpha}$, а наличие перекрытия — коэффициентом торцевого перекрытия Y_ε , который для прямозубых зубчатых колес равен: $Y_\varepsilon = 1$ при степенях точности $Np = 8$ и $Np = 9$; $Y_\varepsilon = 0,8$ при степени точности $Np = 5 \div 7$. Используя эти обозначения, запишем выражение для наибольшей удельной нагрузки:

$$q_{n\max} = \frac{F_n K_{F\beta} K_{F\alpha} K_{Fv} Y_\varepsilon}{b}. \quad (7.1.89)$$

Тогда для напряжения изгиба из (7.1.88) с учетом (7.1.89), (7.1.56) и (7.1.58), получаем

$$\sigma_F = \frac{2 \cdot 10^3 T_2 K_{F\beta} K_{F\alpha} K_{Fv} Y_F Y_\varepsilon}{d_2 b m}, \quad (7.1.90)$$

где $Y_F = \frac{\alpha_\sigma}{\cos \alpha} \left(\frac{6 \chi \cos \alpha_\alpha}{\eta^2} + \frac{\sin \alpha_\alpha}{\eta} \right)$ — коэффициент формы зуба.

Коэффициент формы зуба Y_F представляет собой чисто геометрический параметр, величина которого может быть определена с помощью следующих аппроксимационных зависимостей:

- для колеса внешнего зацепления

$$Y_F = 3,6 \left(1 - \frac{2,8x + 0,93}{z} + \frac{112x^2 - 154x + 71}{z^2} \right); \quad (7.1.91)$$

- для колеса внутреннего зацепления

$$Y_F = 4,3 - \frac{8(1 + 0,23x)}{z_0^{0,8}} - 0,33 \cdot 10^{-4} z_0 (180 - z) \left(1 - \frac{56x}{z_0^{0,8}} \right), \quad (7.1.92)$$

где z и z_0 — число зубьев колеса и долбяка (которым нарезаются зубья внутреннего зацепления) соответственно; x — коэффициент смещения инструмента при нарезании зубчатого колеса. При практических расчетах коэффициент формы зуба для колес внутреннего зацепления приближенно можно принимать равным $Y_F = 3,5 \div 4$.

Заменив диаметр d_2 его выражением (7.1.18), получаем окончательное условие прочности зубчатого зацепления прямозубыми колесами на изгиб:

$$\sigma_F = \frac{T_2 \cdot 10^3 (u + 1) K_{F\beta} K_{Fv} K_{F\alpha} Y_F Y_\varepsilon}{a u b m} \leq \sigma_{Fa}. \quad (7.1.93)$$

Напряжение σ_{Fa} называется допускаемым напряжением усталостной прочности на изгиб. Его расчет рассмотрен в разделе 7.1.6.

Условие прочности (7.1.93) должно быть выполнено для каждого из колес зуб-

чатой пары. Если на прочность рассчитывается колесо, то в (7.1.93) подставляют Y_{F2} и σ_{Fa2} , а при расчете прочности шестерни — Y_{F1} и σ_{Fa1} .

Для силовых зубчатых передач основным прочностным расчетом является расчет по контактным напряжениям, в то время как расчет прочности на изгиб выполняется как проверочный, главным образом с целью определения модуля зубчатой передачи. Выражая m из (7.1.93), имеем

$$m \geq \frac{T_2 \cdot 10^3 (u + 1) K_{F\beta} K_{Fv} K_{Fa} Y_F Y_\epsilon}{aub \sigma_{Fa}} \quad (7.1.94)$$

Следует напомнить, что полученное по формуле (7.1.94) значение нужно округлить в большую сторону до ближайшего значения из стандартного ряда модулей.

7.1.4. Особенности расчета на изгиб косозубых и шевронных колес

Если воспользоваться свойством геометрического подобия, то рассмотренный выше метод расчета прочности прямозубых передач при изгибе может быть применен также для косозубых и шевронных колес. В прямозубой передаче направление зуба перпендикулярно к торцевой плоскости колеса. Таким образом, для того чтобы косозубое колесо было геометрически подобно прямозубому (т. е. можно было заменить косозубое колесо прямозубым), для него должно выполняться условие перпендикулярности зуба торцевой поверхности колеса. Получить такое эквивалентное прямозубое колесо можно, если рассечь цилиндр наклонной плоскостью, нормальной к направлению зуба. При этом сечение будет иметь эллиптическую форму.

Сделаем еще одно упрощение, переходя от эллипса к окружности, радиус которой равен радиусу кривизны ρ_{eeA} эллипса в точке A (рис. 7.1.19). Индекс ee здесь указывает на двойное приведение: сначала к эллиптическому колесу, а затем к цилиндрическому с круговым сечением.

Кривизна кривой k , как известно из дифференциальной геометрии, определяется по формуле

$$k = \frac{d^2 y}{dx^2} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \frac{1}{\rho_{eeA}} \quad (7.1.95)$$

Из (7.1.95) следует, что для расчета кривизны необходимо знать значения производных $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2 y}{dx^2}$ в точке A . Вычислим эти производные.

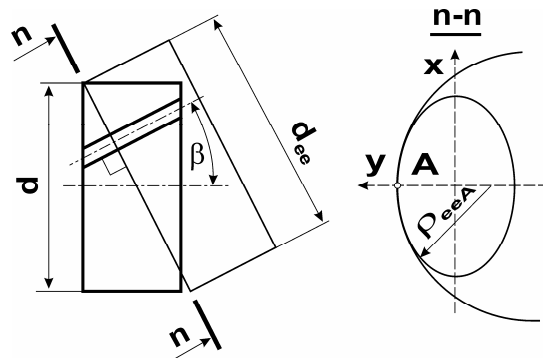


Рис. 7.1.19

Уравнение получающегося в сечении эллипса может быть записано в виде

$$\frac{4x^2 \cos^2 \beta}{d^2} + \frac{4y^2}{d^2} = 1, \quad (7.1.96)$$

где β — угол наклона зуба, d — диаметр косозубого колеса. Дифференцируя обе части уравнения (7.1.96) по x , имеем

$$2x \cos^2 \beta + 2y \frac{dy}{dx} = 0. \quad (7.1.97)$$

Из (7.1.97) для точки A с координатой $x = 0$ получаем

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = 0.$$

Продифференцируем уравнение (7.1.96) повторно:

$$2 \cos^2 \beta + 2 \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + 2y \frac{d^2 y}{dx^2} = 0. \quad (7.1.98)$$

Так как координаты точки A равны $x = 0$, $y = \frac{d}{2}$, то из уравнения (7.1.98) следует

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{2 \cos^2 \beta}{d}. \quad (7.1.99)$$

Подстановка (7.1.99) в (7.1.95) дает

$$\frac{1}{\rho_{eeA}} = \frac{2 \cos^2 \beta}{d}; \quad \rho_{eeA} = \frac{d}{2 \cos^2 \beta}. \quad (7.1.100)$$

Знак кривизны в выражении (7.1.100) опущен.

Поскольку диаметр косозубого колеса согласно табл. 7.1.3 равен $d = \frac{m_n z}{\cos \beta}$, то диаметр эквивалентного прямозубого колеса записывается в виде

$$d_{ee} = \frac{m_n z}{\cos^3 \beta}. \quad (7.1.101)$$

Напомним, что индекс n является признаком нормального сечения. Выражение (7.1.101) можно переписать как

$$d_{ee} = m_n z_V,$$

где $z_V = \frac{z}{\cos^3 \beta}$ — приведенное число зубьев.

С формальной точки зрения расчет прочности косозубого цилиндрического колеса может быть заменен расчетом прямозубого с числом зубьев z_V . По этой

причине формулы (7.1.90), (7.1.93) — (7.1.94) расчета прочности прямозубых колес на изгиб можно использовать и при расчете косозубых колес. Однако при записи окончательной расчетной формулы следует помнить, что для косозубого зацепления характерно осевое перекрытие, которое существенно повышает нагрузочную способность колеса. Величина осевого перекрытия зависит прежде всего от угла β наклона зуба и может быть учтена в окончательном выражении введением поправочного коэффициента Y_β . Тогда условие прочности косозубой зубчатой передачи при изгибе по аналогии с (7.1.90) и с учетом (7.1.101) записывается в виде

$$\sigma_F = \frac{T_2 \cdot 10^3 (u+1) K_{F\beta} K_{F\alpha} K_{Fv} Y_F Y_\varepsilon Y_\beta}{aubm} \leq \sigma_{Fa}. \quad (7.1.102)$$

Исследования показали, что коэффициент Y_β учета осевого перекрытия можно приближенно рассчитать по формуле

$$Y_\beta = 1 - \frac{\beta}{120}, \quad (7.1.103)$$

где β — угол наклона зубьев в градусах. Коэффициент Y_ε для прямозубых колес равен единице, $Y_\varepsilon = 1$, а для косозубых колес — $Y_\varepsilon = 1/\varepsilon_\alpha$, где ε_α — введенный в (7.1.43) коэффициент торцевого перекрытия.

Что касается коэффициента формы зуба Y_F , то при его вычислении применительно к косозубым колесам следует в формулах (7.1.91) — (7.1.92) заменять число зубьев z на приведенное число зубьев z_v .

7.1.5. Внешняя нагрузка и ее характеристики. Режимы работы зубчатой передачи

Нагрузка на зуб колеса изменяется импульсно, причем продолжительность каждого импульса зависит от числа зубьев и коэффициента перекрытия Y_ε (рис. 7.1.20). Переменный режим нагружения зубьев приводит к их разрушению, которое носит усталостный характер. Продолжительность работы передачи характеризуется временем безотказной работы и *числом циклов нагружений*, которое равно количеству импульсов нагружений, т. е. числу оборотов колеса. Если полное время работы передачи t измерять в часах, а частоту вращения колеса n , как обычно, в об/мин, то число циклов нагружений равно

$$N = 60ntK_n, \quad (7.1.104)$$

где K_n — число зацеплений зуба колеса за один оборот, равное количеству числу параллельных потоков передачи момента (рис. 7.1.21). В том случае, если нагрузка постоянна во времени, для характеристики нагружения достаточно знать величины внешних нагрузок и количество циклов нагружений.

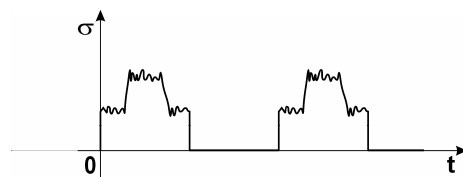


Рис. 7.1.20