

## Глава 2

# СОЕДИНЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ МАШИН

## 2.1. РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

### 2.1.1. Расчет кронштейна, нагруженного отрывающей силой

Подобрать винты группового резьбового соединения кронштейна, изображенного на рис. 2.1.1.1, где  $a = 50$  мм. Соединение нагружено сосредоточенной силой  $F = 10000$  Н, приложенной под углом  $\alpha = 30^\circ$ .

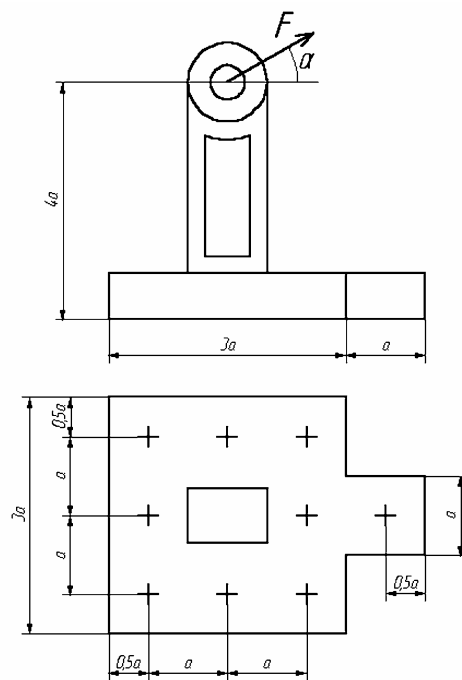


Рис. 2.1.1.1

Винты установлены в отверстие с зазором и изготовлены из стали со следующими характеристиками: предел прочности  $\sigma_b = 600$  МПа; предел текучести  $\sigma_r = 400$  МПа. Коэффициент трения в резьбе и на торце  $f = 0,15$ .

Общее количество винтов крепления  $z = 9$ .

## Расчет

### Расчет при постоянном внешнем нагружении

Как следует из схемы нагружения, на групповое резьбовое соединение действует отрывающая нагрузка.

Стык, в котором нет зазора между сопряженными поверхностями при приложении внешней нагрузки, называется *нераскрытым*. Критерием расчета резьбового соединения, нагруженного внешней отрывающей силой, считается *условие нераскрытие стыка*.

**Центр тяжести стыка.** Для того рассчитать необходимые размеры элементов крепления, прежде всего необходимо все силовые факторы, действующие на кронштейн, перенести в центр тяжести плоскости контакта (рис. 2.1.1.2).

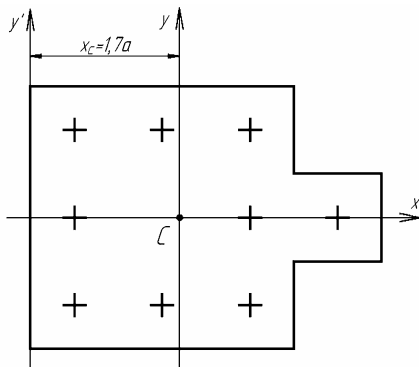


Рис. 2.1.1.2

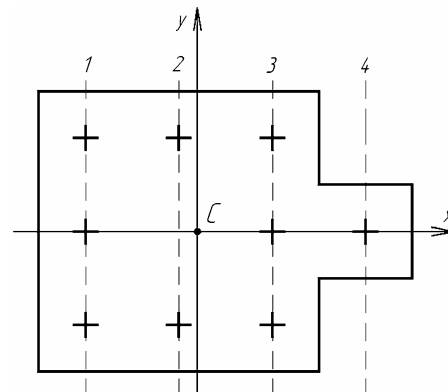


Рис. 2.1.1.3

Найдем координаты центра тяжести стыка — точки С.

Поскольку центр тяжести лежит на оси симметрии на некотором расстоянии от оси  $y'$ , то  $y_c = 0$ , а  $x_c$  можно вычислить по формуле 2.3.3,  $x_c = \frac{S_{y'}}{A}$ , где

$S_{y'}$  — статический момент площади фигуры относительно оси  $y'$ ,

$A$  — площадь этой фигуры. Тогда

$$x_c = \frac{3a \cdot 3a \cdot 3a/2 + a \cdot a(3a + a/2)}{3a \cdot 3a + a \cdot a} = \frac{17}{10}a = 85 \text{ мм.}$$

Следовательно, центр тяжести плоскости стыка находится в точке  $C(85; 0)$ .

**Действующие на кронштейн силовые факторы.** Приложенную к соединению внешнюю сосредоточенную силу  $F$  представим в виде совокупности проекций на вертикальную (обозначаемую индексом  $v$ ) и горизонтальную (индекс  $h$ ) оси:

$$F_v = F \sin \alpha = 10000 \cdot \sin 30^\circ = 5000 \text{ Н};$$

$$F_h = F \cos \alpha = 10000 \cdot \cos 30^\circ = 8660 \text{ Н}.$$

При недостаточном усилии затяжки вертикальная составляющая  $F_v$  может вызвать появление зазора между образующими стык поверхностями. Таким образом, силу затяжки, а, следовательно, и геометрические размеры элементов крепления, необходимо выбирать исходя из этого условия.

Составляющая  $F_h$ , в свою очередь, может служить причиной относительного сдвига находящихся в контакте поверхностей. Для проверки наличия сдвига необходимо записать условие, при котором такой сдвиг невозможен, т. е. *условие несдвигаемости*.

Поскольку все внешние силовые факторы перенесены в центр тяжести стыка, то система внешнего нагружения может быть сведена к действию центральной результирующей силы и центрального результирующего момента. В рассматриваемом случае центральной результирующей силой является сила  $F$ , а результирующий момент  $M$  вычисляется как (рис. 2.1.1.1)

$$M = 4aF_h + F_v(x_c - 3a/2) = 4 \cdot a \cdot 8660 + 5000 \cdot (1,7a - 1,5a) = 1782000 \text{ Н}\cdot\text{мм}.$$

**Условие нераскрытия стыка.** Кронштейн, который крепится группой винтов, находится в равновесии под воздействием системы сил, а его положение можно описать уравнением равновесия. Уравнение равновесия затянутого соединения при выполнении условия нераскрытия стыка имеет вид (4.1.48):

$$q_{\min} = q_0 - q_{F_v} - q_M \geq 0,$$

где  $q_0$  — давление от силы затяжки  $F'_0$ , а  $q_{F_v}$  и  $q_M$  — давления, вызванные соответственно отрывающей силой  $F_v$  и моментом  $M$ . Представим это условие в виде (4.1.55):

$$\frac{F'_0 z}{A} - \frac{F_v(1 - \chi)}{A} - \frac{M(1 - \chi)}{W_y} \geq 0,$$

где

$$A = 10a^2 \text{ — площадь стыка;}$$

$$W_y = \frac{I_y}{x_{\max}} \text{ и } I_y \text{ — осевой момент сопротивления и момент инерции площади}$$

фигуры, находящейся в контакте, относительно оси  $y$ ;

$x_{\max}$  — расстояние от центральной оси до наиболее удаленной точки поверхности касания;

$\chi$  — коэффициент основной нагрузки, значения которого для контакта металлических поверхностей лежат в диапазоне  $\chi = 0,2 \div 0,3$ , так что можно принять  $\chi = 0,25$ .

Моменты инерции:

$$I_{y'} = \frac{(3a)^4}{12} + (3a)^2 \cdot \left(\frac{3}{2}a\right)^2 + \frac{a^4}{12} + a^2(3a + a/2)^2 = 39,33a^4;$$

$$I_y = I_{y'} - A \cdot x_c^2 = 39,33a^4 - 10a^2(1,7a)^2 = 10,43a^4.$$

Осевой момент сопротивления:

$$W_y = \frac{I_y}{x_{\max}} = \frac{10,43a^4}{2,3a} = 4,54a^3.$$

Из условия нераскрытия стыка определяем необходимое усилие затяжки:

$$F'_0 = \frac{F_v(1-\chi)}{z} + \frac{M(1-\chi)A}{z W_y} = \frac{5000 \cdot 0,75}{9} + \frac{1782000 \cdot 0,75 \cdot 10a^2}{9 \cdot 4,54a^3} = 6959 \text{ Н.}$$

Принимая во внимание несовершенство принятой расчетной модели и приближенный характер ряда иных переменных, найденное усилие затяжки  $F'_0$  следует увеличить в  $K_n$  раз, где  $K_n = 1,1$  — коэффициента запаса нераскрытия:

$$F_0 = K_n F'_0 = 1,1 \cdot 6959 = 7655 \text{ Н.}$$

**Условие неразрушения находящихся в контакте поверхностей.** Исходя из принятого значения усилия затяжки, определяем максимальную величину давления  $q_{\max}$ :

$$q_{\max} = q_0 - q_{F_v} + q_M = \frac{7655 \cdot 9}{10 \cdot a^2} - \frac{5000 \cdot (1-0,25)}{10 \cdot a^2} + \frac{35640 \cdot a \cdot (1-0,25)}{4,54 \cdot a^3} = 4,96 \text{ МПа.}$$

Величина  $q_{\max}$  не должна превышать значение допускаемого давления на поверхности сопряженных деталей  $q_a$ , которое может вызвать разрушение находящихся в контакте поверхностей при их сжатии:  $q_{\max} < q_a$ .

Если величина допускаемого давления не оговорена в условии, то контактная прочность при этом не контролируется.

**Сила, действующая на наиболее нагруженный винт.** Сила, действующая на произвольно размещенный  $j$ -й винт вследствие приложенной к нему внешней нагрузки и усилия затяжки, согласно 4.1.57 равна

$$F_j = 1,3F_0 + F_{F_v} + F_M, \text{ где}$$

$F_0$  — сила затяжки;

$F_{F_v} = \frac{F_{F_v} \chi}{z}$  — нагрузка на винт от нормальной составляющей внешнего усилия;

$F_M$  — нагрузка на винт от момента, зависящая от расположения данного винта.

Возникающая при действии момента  $M$  сила растяжения для наиболее нагруженного винта имеет вид (4.1.59):

$$F_{M \max} = \frac{M \chi \cdot x_{\max}}{\sum_{i=1}^m z_i x_i^2}.$$

Здесь  $m$  — это количество групп, на которые можно разбить все винты в стыке в зависимости от их удаленности от оси  $y$ ,  $z_i$  — количество винтов в  $i$ -ой группе,  $x_i$  — координата этой группы. В рассматриваемом случае имеется четыре группы винтов (рис. 2.1.1.3), так что

$$\sum_{i=1}^4 z_i x_i^2 = z_1 x_1^2 + z_2 x_2^2 + z_3 x_3^2 + z_4 x_4^2,$$

где

$$\begin{aligned} x_1 &= -\frac{6}{5}a, & z_1 &= 3; & x_2 &= -\frac{1}{5}a, & z_2 &= 2; \\ x_3 &= \frac{4}{5}a, & z_3 &= 3; & x_4 &= \frac{9}{5}a, & z_4 &= 1. \end{aligned}$$

Тогда для нагрузки на наиболее нагруженный винт  $F_{\max}$  получаем:

$$F_{\max} = 1,3 \cdot 7655 + \frac{5000 \cdot 0,25}{9} + \frac{35640a \cdot 0,25 \cdot \frac{9}{5}a}{9,56a^2} = 11768 \text{ Н.}$$

**Определение геометрических размеров винта из условия прочности.** Зная приходящуюся на винт максимальную силу, можно определить его размеры из условия прочности на растяжение (4.1.12),

$$\sigma = \frac{4F_{\max}}{\pi d_1^2} \leq \sigma_a,$$

где  $\sigma_a$  — допускаемое напряжение растяжения винта;  $d_1$  — внутренний диаметр резьбы.

Здесь возможны два случая: контролируемое и неконтролируемое усилие затяжки.

В случае, когда усилие затяжки контролируется, коэффициент запаса прочности можно принять равным  $n = 1,5$ . Тогда из 4.1.17 и 4.1.12 имеем

$$\sigma_a = \frac{\sigma_r}{n} = \frac{400}{1,5} = 266,66 \text{ МПа;}$$

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F_{\max}}{\pi \sigma_a}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 11768}{3,1416 \cdot 266,66}} = 7,55 \text{ мм.}$$

Размеры винта выбираем из стандартного ряда диаметров:

$$d = 10 \text{ мм; } p = 1,5 \text{ мм;}$$

$$d_1 = d - 1,0825p = 8,376 \text{ мм;}$$

$$d_2 = d - 0,6495p = 9,026 \text{ мм.}$$

При неконтролируемом усилии затяжки полагаем  $n = 2,5$ , тогда

$$\sigma_a = \frac{\sigma_r}{n} = \frac{400}{2,5} = 160 \text{ МПа;}$$

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F_{\max}}{\pi \sigma_a}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 11768}{3,1416 \cdot 160}} = 9,67 \text{ мм.}$$

Выбираем:

$$d = 12 \text{ мм; } p = 1,75 \text{ мм;}$$

$$d_1 = d - 1,0825p = 10,106 \text{ мм;}$$

$$d_2 = d - 0,6495p = 10,8 \text{ мм.}$$

**Расчет момента завинчивания для контролируемой затяжки.** Контроль затяжки производится с помощью динамометрического ключа. На практике необходимо знать, какое усилие затяжки соответствует измеряемому ключом моменту завинчивания.

Момент завинчивания  $T$  определяется как сумма моментов в резьбе  $T_1$  и на торце  $T_2$  (4.1.2):

$$T = T_1 + T_2.$$

Момент трения в резьбе вычисляется по формуле 4.1.4,  $T_1 = F_0 \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\gamma + \rho')$ ,

которую можно упрощенно переписать в виде

$$T_1 = F_0 \frac{d_2}{2} \left( \frac{p}{\pi d_2} + \rho' \right),$$

где  $p$  — шаг резьбы;  $\rho' = \operatorname{arctg} \frac{f}{\cos(0,5 \cdot 60^\circ)} = \operatorname{arctg} \frac{0,15}{\cos 30^\circ} = 0,172$  рад — приведенный угол трения (для метрической резьбы с углом профиля  $60^\circ$ ).

Момент на торце равен (4.1.7)

$$T_2 = F_0 f \frac{1}{3} \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2} = F f \frac{1}{3} d \frac{\left(\frac{D}{d}\right)^3 - 1}{\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1},$$

где  $D$  — наружный диаметр опорной поверхности гайки;  $d$  — диаметр резьбы.

Если принять  $d_2$  равным диаметру резьбы,  $d_2 \cong d = 10$  мм, а размер под ключ  $S = 1,7d = D$  (для стандартной резьбы), так что  $(D/d) = 1,7$ , то для момента завинчивания получаем

$$\begin{aligned} T &= T_1 + T_2 = F_0 \frac{d}{2} \left( \frac{p}{\pi d} + \rho' \right) + F_0 f \frac{1}{3} d \frac{\left(\frac{D}{d}\right)^3 - 1}{\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1} = \\ &= F_0 d \left( 0,16 \frac{p}{d} + 0,5 \cdot \rho' \right) + 0,69 F_0 d f = \\ &= 7655 \cdot 10 \cdot \left( 0,16 \cdot \frac{1,5}{10} + 0,5 \cdot 0,172 \right) + 0,69 \cdot 7655 \cdot 10 \cdot 0,15 = 16343 \text{ Н}\cdot\text{мм}. \end{aligned}$$

**Проверка условия несдвигаемости.** Необходимо проверить соединение на отсутствие касательного сдвига затянутых поверхностей. Для того чтобы не было сдвига поверхностей друг относительно друга, сила трения в контакте должна быть больше внешнего усилия сдвига (4.1.61):

$$[F_0 z - F_v(1 - \chi)]f \geq F_h K_s,$$

где  $K_s = 1,5$  — коэффициент запаса по сдвигу.

Подставляем в обе части этого неравенства числовые значения:

$$[F_0 z - F_v(1 - \chi)]f = [7655 \cdot 9 - 5000 \cdot (1 - 0,25)] \cdot 0,15 = 9772 \text{ Н};$$

$$F_h K_s = 8660 \cdot 1,5 = 12990 \text{ Н}.$$

Так как  $9772 \text{ Н} < 12990 \text{ Н}$ , то условие несдвигаемости в данном случае *не выполняется*. Для предотвращения возможного сдвига следует поставить упор в направлении действия сдвигающей нагрузки.

### **Расчет кронштейна под действием постоянного внешнего нагружения в модуле APM Joint**

Для расчета соединения в модуле APM Joint необходимо задать форму стыка, координаты расположения болтов, постоянные параметры (предел текучести, предел прочности, коэффициент запаса по сдвигу, коэффициент основной нагрузки и др.) и действующие на соединение внешние силы.

Задание внешней нагрузки имеет некоторые особенности. Дело в том, что резьбовое соединение в общем случае может находиться под действием как отрывающих, так и сдвигающих усилий. Если сдвигающие силы окажутся незначительными по сравнению с отрывающими, программа APM Joint выполнит расчет по критерию нераскрытия стыка. Если же преобладающими окажутся сдвигающие силы, то диаметр винтов будет выбран из условия отсутствия сдвига.

Таким образом, для того чтобы расчет был проведен именно по отрывающим нагрузкам, необходимо исключить возможное влияние горизонтальной составляющей силы  $F_h$ , т. е. среди внешних нагрузок указать только вертикальную силу  $F_v$  и момент, создаваемый силой  $F_h$ . В модуле APM Joint момент задается в виде пары сил, в данном случае  $M_{F_h} = F_h \cdot 4a = 36640 \cdot a$ .

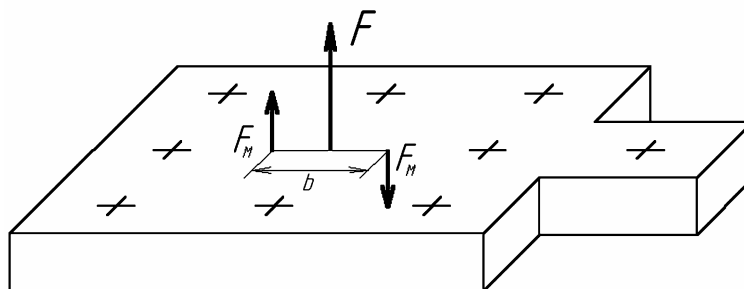


Рис. 2.1.1.4

Система нагружения рассматриваемого соединения, принимаемая для расчета в предлагаемой программе, показана на рис. 2.1.1.4, где  $F_M \cdot b = 36640 \cdot a$ .

Для резьбовых соединений с зазором результатами расчета являются:

- площадь поверхности стыка;
- положение центра масс стыка;
- осевые моменты инерции относительно осей (X и Y);
- угол поворота главных центральных осей;
- сила затяжки;
- максимальная нагрузка, действующая на тело винта;
- максимальное давление в стыке;
- диаметр винта (болта) — наружный диаметр резьбы.

Помимо этого можно получить значения давления в стыке в виде карты давлений.

На рис. 2.1.1.5 представлены результаты расчета данного соединения при неконтролируемом усилии затяжки. Результаты расчета при контролируемой силе затяжки можно получить, изменив значение коэффициента запаса по пределу теку-

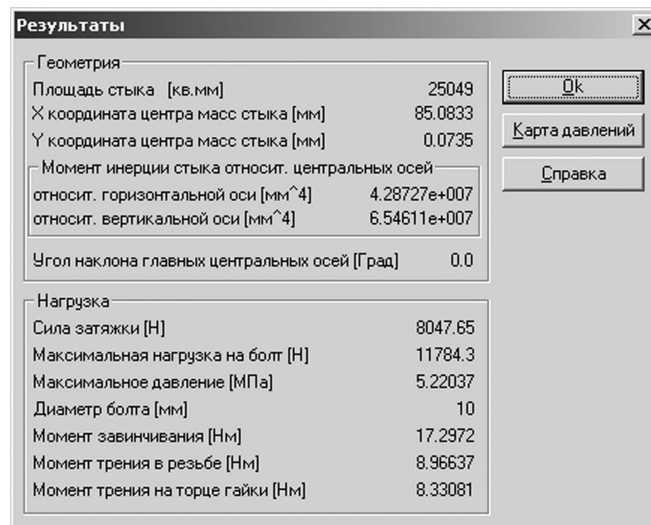


Рис. 2.1.1.5

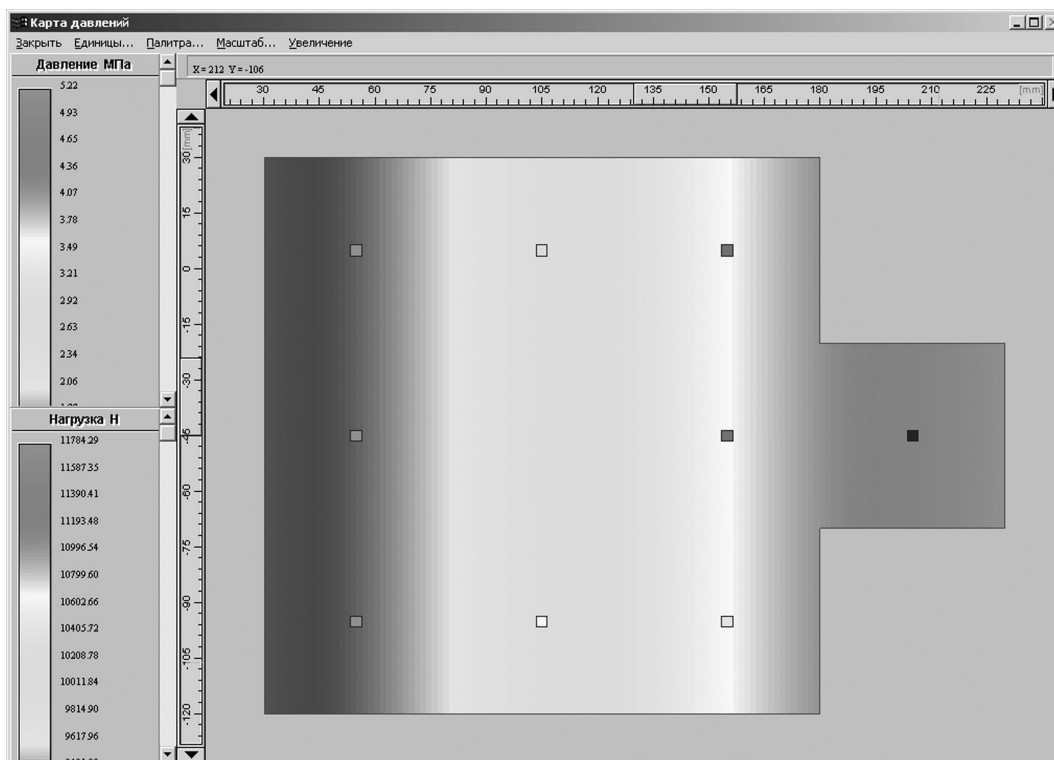


Рис. 2.1.1.6

чести деталей крепления в соответствующей строке ввода окна «**Постоянные параметры**». На рис. 2.1.1.6 представлена карта давлений в стыке, на которой также показаны силы, действующие на элементы крепления.

### Расчет на прочность при переменном характере внешнего нагружения

Предположим, что внешнее нагружение носит пульсационный характер, причем сила меняется от  $F_{\min} = 0$  Н до  $F_{\max} = 10000$  Н (в качестве  $F_{\max}$  здесь принято значение заданной по условию сосредоточенной силы  $F$ ).

Расчет на прочность сводится к нахождению коэффициента запаса усталостной прочности  $s$ , для чего следует определить уровень напряжений при наибольшей и наименьшей нагрузке, а также амплитудное и среднее напряжения цикла.

Так как помимо переменной внешней нагрузки на винты действует также постоянная по величине сила затяжки  $F_0$ , то цикл нагружения элементов крепления будет асимметричным, причем наименьшее напряжение цикла  $\sigma_{\min}$  определяется силой затяжки (затяжку считаем неконтролируемой), а наибольшее  $\sigma_{\max}$  — нагрузкой  $F_{\max}$ , действующей на наиболее нагруженный винт (эта величина была рассчитана ранее):

$$\sigma_{\min} = \frac{1,3 \cdot F_0 \cdot 4}{\pi d_1^2} = \frac{1,3 \cdot 4 \cdot 7654,9}{3,1416 \cdot 10,12^2} = 123,717 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{\max}}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 11768}{3,1416 \cdot 10,12^2} = 146,302 \text{ МПа}.$$

Тогда для среднего  $\sigma_m$  и амплитудного  $\sigma_{am}$  напряжений цикла имеем:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = \frac{146,302 + 123,717}{2} = 135,01 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{am} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{146,302 - 123,717}{2} = 11,292 \text{ МПа}.$$

Коэффициент запаса усталостной прочности при асимметричном цикле в общем случае определяется по следующей формуле (2.10.20):

$$s_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1t}}{\frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} \sigma_{am} + \psi_{\sigma} \sigma_m},$$

где

$\psi_{\sigma} = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma_b = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 600 = 0,14$  — коэффициент асимметрии цикла (2.10.21), учитывающий влияние средних напряжений на величину усталостной прочности;

$\sigma_{-1t} = 0,75 \sigma_{-1}$  — предел выносливости при растяжении (приближенная зависимость, полученная с помощью статистической обработки экспериментальных

данных большого числа испытаний); для сталей предел выносливости рассчитывается по формуле (2.10.9),

$$\sigma_{-1} = (0,55 - 0,0001\sigma_b)\sigma_b = (0,55 - 0,0001 \cdot 600) \cdot 600 = 294 \text{ МПа},$$

следовательно,

$$\sigma_{-1t} = 0,75\sigma_{-1} = 0,75 \cdot 294 = 220,5 \text{ МПа};$$

$K_{d\sigma} = 0,65$  — масштабный фактор, зависящий от диаметра резьбы (табл. 4.1.1);

$K_{\sigma} = 1 + q(\alpha_{\sigma} - 1)$  — эффективный коэффициент концентрации (2.10.11), зависящий от чувствительности материала к концентрации напряжений  $q$  (для среднеуглеродистых и низколегированных сталей  $q = 0,5$ , табл. 2.10.1) и теоретического коэффициента концентрации напряжений  $\alpha_{\sigma}$ , который определяется либо аналитическими, либо численными методами.

С точки зрения усталостной прочности наиболее опасными являются сечение тела винта в резьбовой части ([6], рис. 4.1.12) и сечение в месте перехода тела винта в головку ([6], рис. 4.1.13).

Для вычисления теоретического коэффициента концентрации для резьбового участка можно воспользоваться формулой 4.1.42:

$$\alpha_{\sigma} = 1 + 1,1\sqrt{\frac{p}{r}}.$$

Здесь  $p$  и  $r$  — шаг резьбы и радиус закругления впадины резьбы соответственно. Так как для стандартной метрической резьбы имеет место соотношение:  $r = 0,144p$ , то

$$\alpha_{\sigma} = 1 + 1,1\sqrt{\frac{1}{0,144}} = 3,9;$$

$$K_{\sigma} = 1 + q(\alpha_{\sigma} - 1) = 1 + 0,5(3,9 - 1) = 2,45.$$

Для участка перехода тела винта в головку теоретический коэффициент концентрации равен (4.1.43):

$$\alpha_{\sigma} = 1 + 0,55\sqrt{\frac{d_c}{r_h}},$$

где  $d_c$  — диаметр стержня винта, а  $r_h$  — радиус перехода от стержня к головке. Обычно резьбовые соединения, работающие в условиях переменного внешнего на-

гружения, изготавливают так, чтобы выполнялось соотношение  $\frac{r_h}{d_c} = 0,05 \div 0,10$ .

Тогда, принимая  $\frac{r_h}{d_c} = 0,075$ , получаем

$$\alpha_\sigma = 1 + 0,55 \sqrt{\frac{d_c}{r_h}} = 1 + 0,55 \sqrt{\frac{1}{0,075}} = 3,0;$$

$$K_\sigma = 1 + q(\alpha_{c\sigma} - 1) = 1 + 0,5(3,0 - 1) = 2,0.$$

Окончательный расчет выполняется для наиболее опасного сечения, коэффициент концентрации которого больше. В данном случае это первое сечение с  $K_\sigma = 2,45$ .

В результате определяем коэффициент запаса усталостной прочности:

$$s_\sigma = \frac{\sigma_{-1t}}{\frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} \sigma_{am} + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{220,5}{\frac{2,45}{0,65} \cdot 11,292 + 0,14 \cdot 135,01} = 3,587.$$

### **Расчет соединения при переменной внешней нагрузке в модуле APM Joint**

Расчет соединения при переменном нагружении носит проверочный характер.

Если в APM Joint в меню «Тип расчета» выбрать «Проверочный», то в окне параметрами внешних нагрузок автоматически появляются строки с указанием максимального и минимального значения силы. По умолчанию максимальная ве-

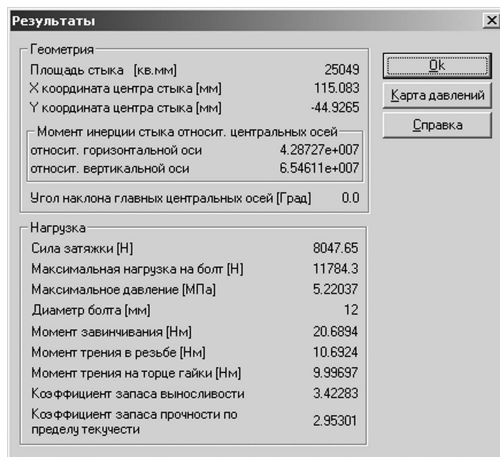


Рис. 2.1.1.7

личина нагрузки принимается равной ее номинальному значению, а минимальная — нулю, но при необходимости эти значения можно изменить.

Результаты проверочного расчета заданного соединения приведены на рис. 2.1.1.7.

### 2.1.2. Расчет группы винтов при действии отрывающих нагрузок

Рассчитать установленное с зазором соединение, предназначенное для крепления полуфланца. Полуфланец нагружен постоянной силой  $F = 9$  кН (рис. 2.1.2.1), приложенной под углом  $\alpha = 30^\circ$  (рис. 2.1.2.1).

Параметры соединения:  $D_1 = 300$  мм;  
 $D = 350$  мм;  $D_2 = 400$  мм;  $h = 40$  мм.

Класс прочности соединения — 4.6.

Коэффициент трения скольжения при сдвиге затянутого резьбового соединения принять равным коэффициенту трения в резьбе,  $f = 0,15$ .

#### Расчет

**Центр тяжести стыка.** Расчет начинаем с определения координат  $x_C, y_C$  центра тяжести поверхности контакта (рис. 2.1.2.2).

Так как стык симметричен относительно оси

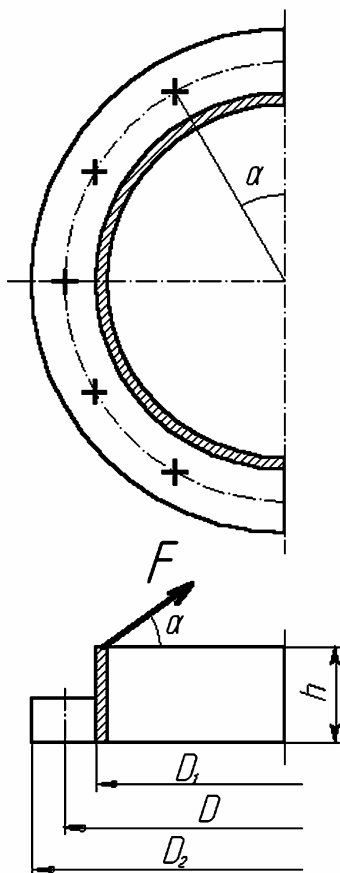


Рис. 2.1.2.1

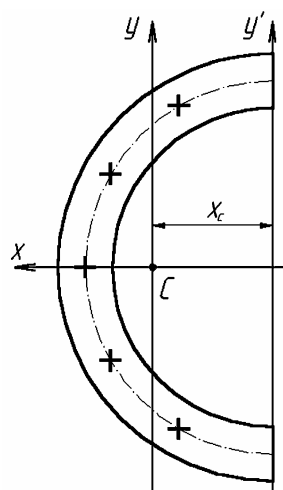


Рис. 2.1.2.2